

Prvky betonových konstrukcí

BL01 – 6 přednáška

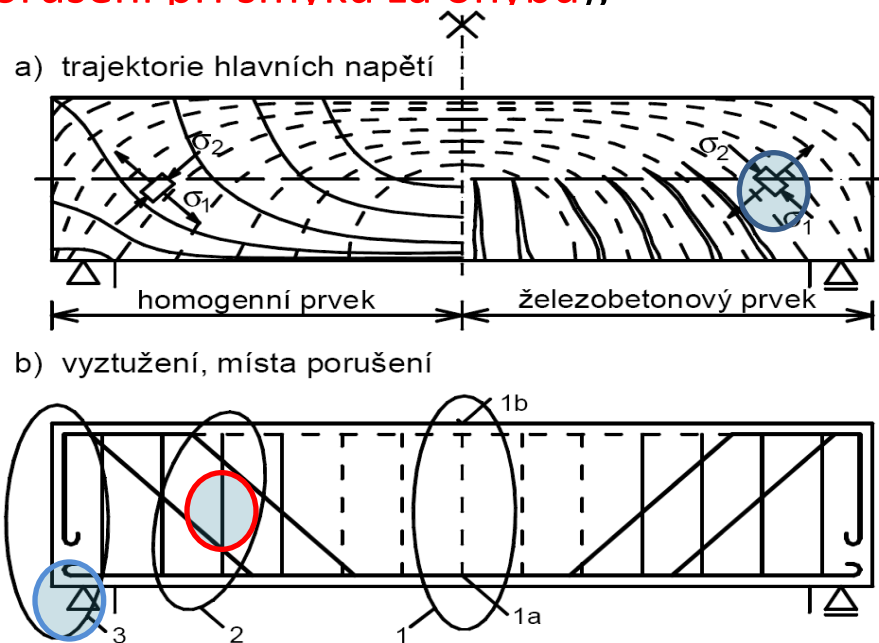
- Dimenzování průřezů namáhaných posouvající silou – prvky se smykovou výztuží,
- Podélný smyk,

Způsoby porušení prvků se smykovou výztuží

Smyková výztuž přispívá ke zvětšení únosnosti (zabraňuje i zmenšení únosnosti v „údolí smyku“),

Způsoby porušení:

- meze kluzu ve smykové výztuži s následným drcením tlačného betonu na konci smykové trhliny (**tahové porušení při smyku za ohybu**),
- mezní únosnosti tlačného betonového segmentu mezi trhlinami (tlakové porušení),
- únosnosti v soudržnosti mezi podélnou výztuží a betonem v důsledku nárůstu její tahové síly vlivem smyku.



Napjatost, vyztužení a místa porušení ohýbaného prvku

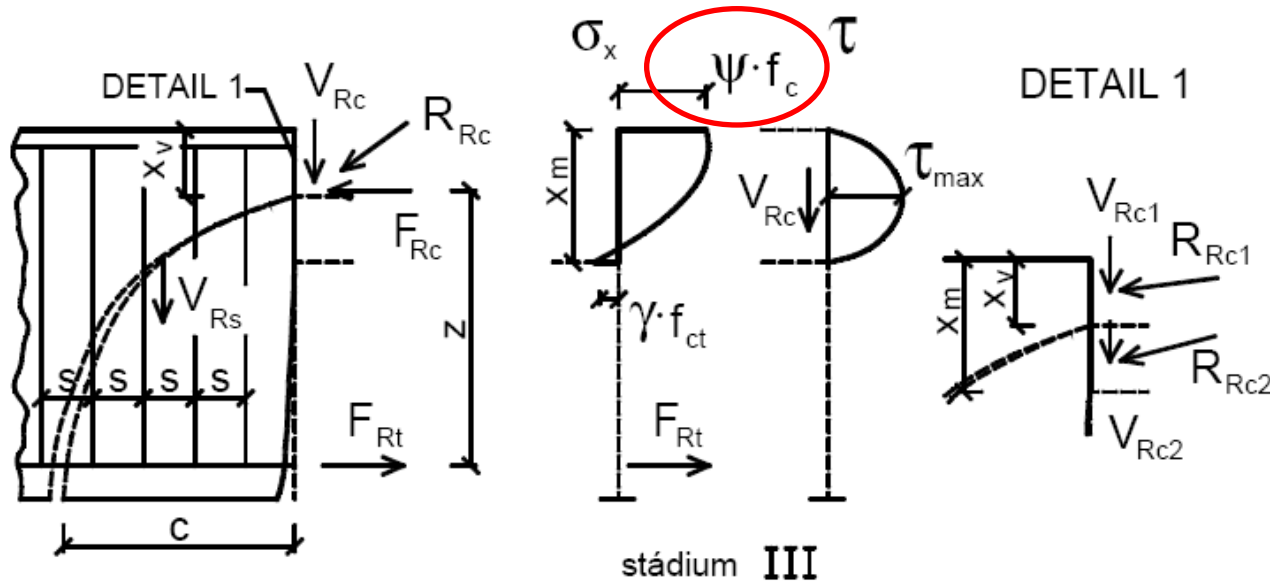
To, který způsob rozhodne závisí na mnoha činitelích: zatížení, vyztužení, tvar průřezu → rozhoduje o tvaru a sklonu šikmé trhliny → i o způsobu porušení,

Způsoby porušení prvků se smykovou výztuží

- Ovlivnění sklonu trhliny množstvím smykové výztuže (plocha A_{sw} resp. stupeň smykového vyztužení ρ_w):
 - Větší množství \rightarrow strmější sklon šikmé smykové trhliny \rightarrow možnost porušení tlačného segmentu při velmi strmém sklonu smykové trhliny,
 - Menší množství \rightarrow plošší trhlina, ale :
 - \rightarrow zvětšuje se namáhání tlačného segmentu
 - \rightarrow zvětšuje se přídatná síla v podélné tahové výztuži

Prvky se smykovou výztuží

- z hlediska duktility je nejpříjemnější **tahové porušení** → lze ve stádiu III předpokládat současně na konci trhliny smykové i trhlinu ohybovou a napjatost podle obr. :



Situace při porušení smykem za ohybu

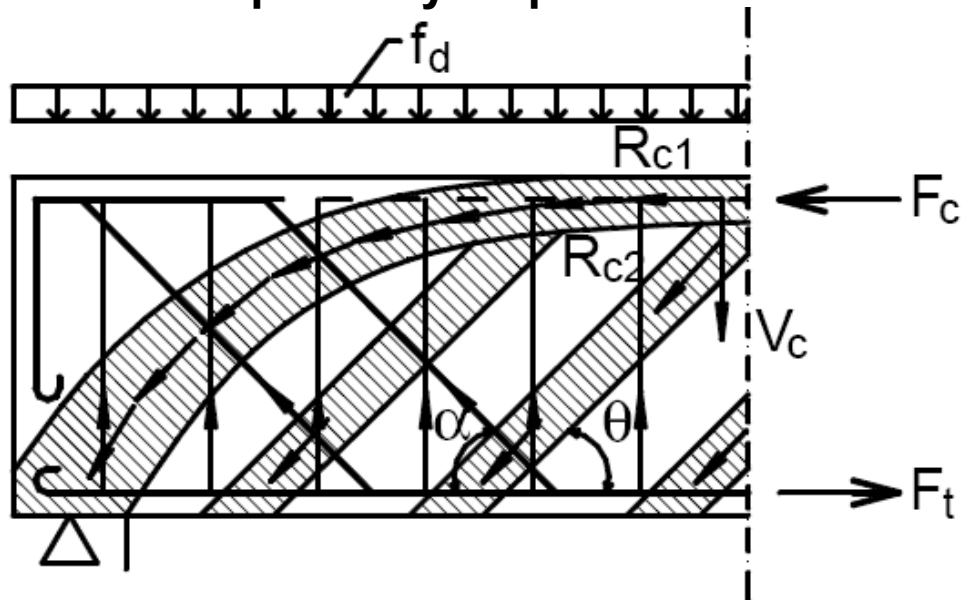
ψ je součinitel, který zohledňuje kombinaci normálových a smykových napětí, vliv míry vyztužení a smykové štíhlosti na snížení pevnosti betonu v tlaku.

Z obr. vyplývá:

- smyková trhlina rozděluje tlačенou část na dvě → $R_{Rd,c} = R_{Rd,c1} + R_{Rd,c2}$,
- únosnost v šikmé trhlině je $V_{Rd,cs} = V_{Rd,c1} + V_{Rd,s}$,
- únosnost smykové výztuže = únosnosti tlačенého segmentu → $V_{Rd,s} = V_{Rd,c2}$,
- o únosnosti může rozhodnout i tlačенý segment namáhaný silou $R_{Rd,c2}$ – např. při velmi silném nebo slabém vyztužení smykovou výztuží → $V_{Rd,max}$.

Prvky se smykovou výztuží

Možný **model násobné příhradové soustavy**, kde síly v prutech nahrazují síly stanovené předešlým způsobem včetně rozdělení R_{Rdc} :



$R_{Rd,c}$ rozděleno na $R_{Rd,c1}$ a $R_{Rd,c2}$,
 θ – úhel tlačných segmentů = tlačných diagonál = smykových trhlin,
 α – úhel směru smykové výztuže,
velikost úhlů bývá omezena v normách.

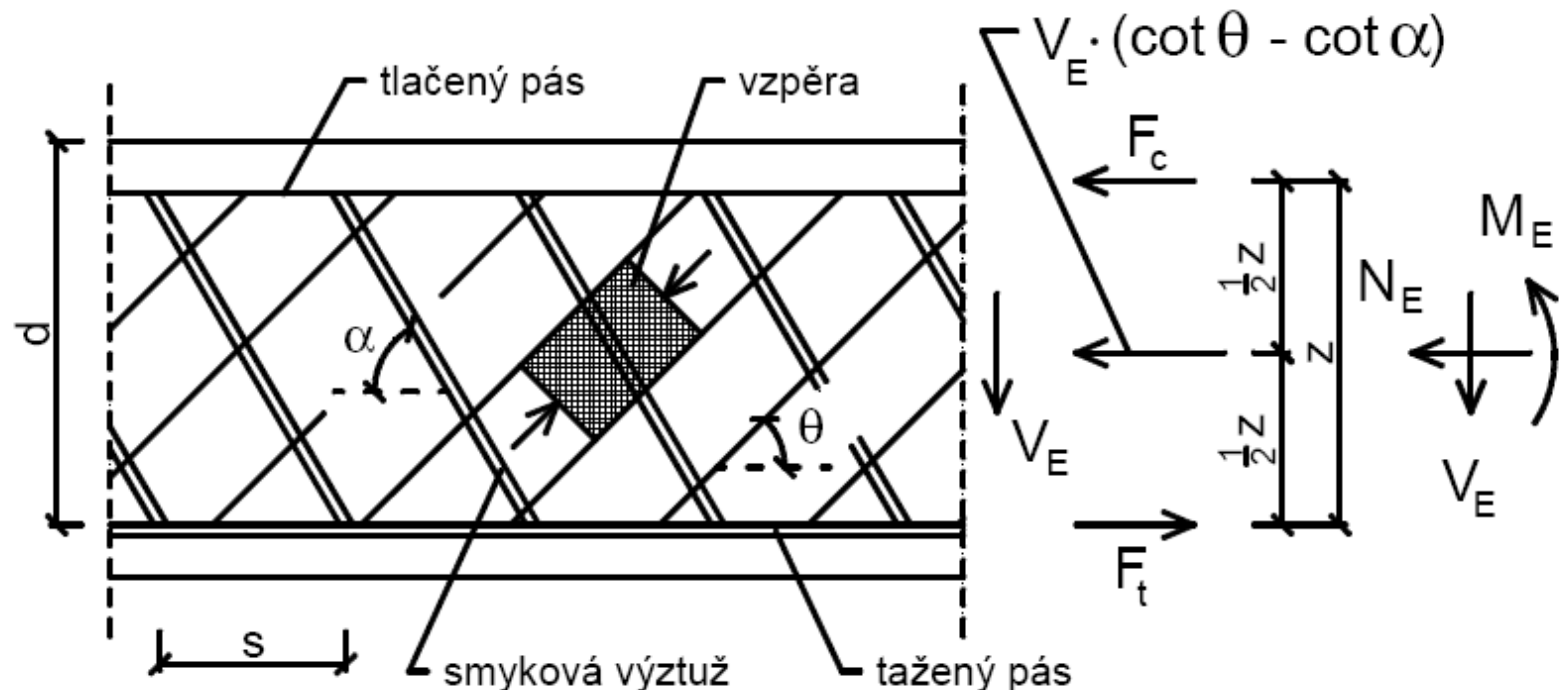
Působení železobetonového prvku jako příhradová soustava

Modely použité v EN:

- model šikmého řezu (nahrazuje trhlinu, zohledňuje rovnováhu na řezu a na tlačném segmentu pod řezem),
- model násobné a zjednodušené příhradové soustavy s proměnným úhlem tlačných diagonál θ (smyková výztuž je pod úhlem α),
- v rámci modelů se řeší i vliv $V_{Rd,c1}$ (tj. vliv tlačného pásu nad trhlinou).

Smyková únosnost prvků se smykovou výztuží

- **EC 2** – model **přímopásové násobné příhradové soustavy**
 - s proměnným úhlem tlačенých diagonál v rozmezí $1,0 \leq \cot \theta \leq 2,5$, tj. $45^\circ \geq \theta \geq 21,8^\circ$,
 - úhel tažené diagonály α (smykové výztuže) 45° do 90° (třmínky nejčastěji 90°).

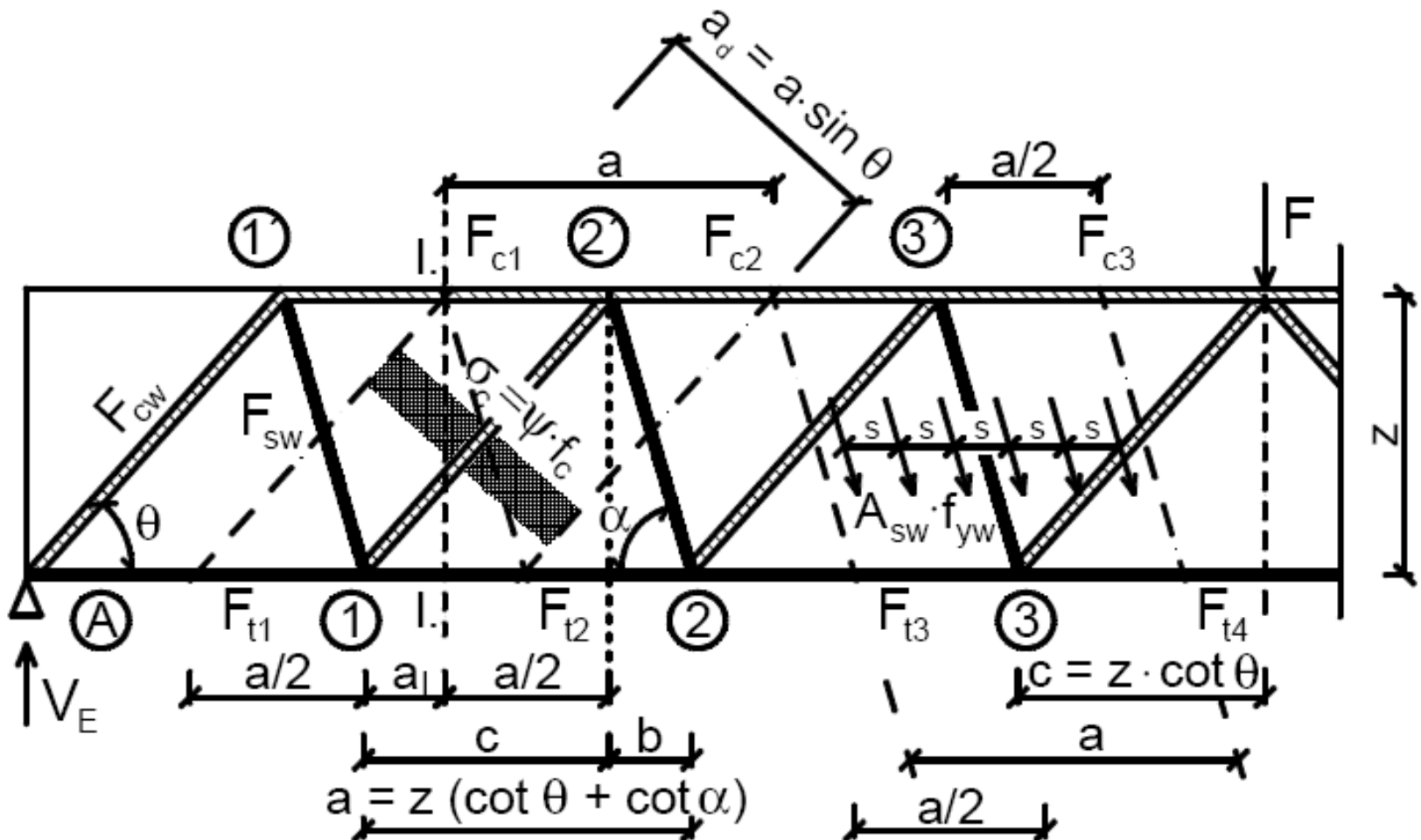


Smyková únosnost prvků se smykovou výztuží

- **Únosnost ve smyku** je tedy dána únosností
 - **tažené diagonály** či svislice (smykové výztuže v šikmé trhlině) V_{Rs} nebo
 - únosností **tlačené diagonály** V_{Rmax} (diagonála má stejný sklon jako šikmá smyková trhlina).
 - tlačení pás u prvků s konstantní výškou není skloněný → neuvažuje se příspěvek vnitřní posouvající síly V_{Rc1} nad smykovou trhlinou k únosnosti.

Prvky se smykovou výztuží

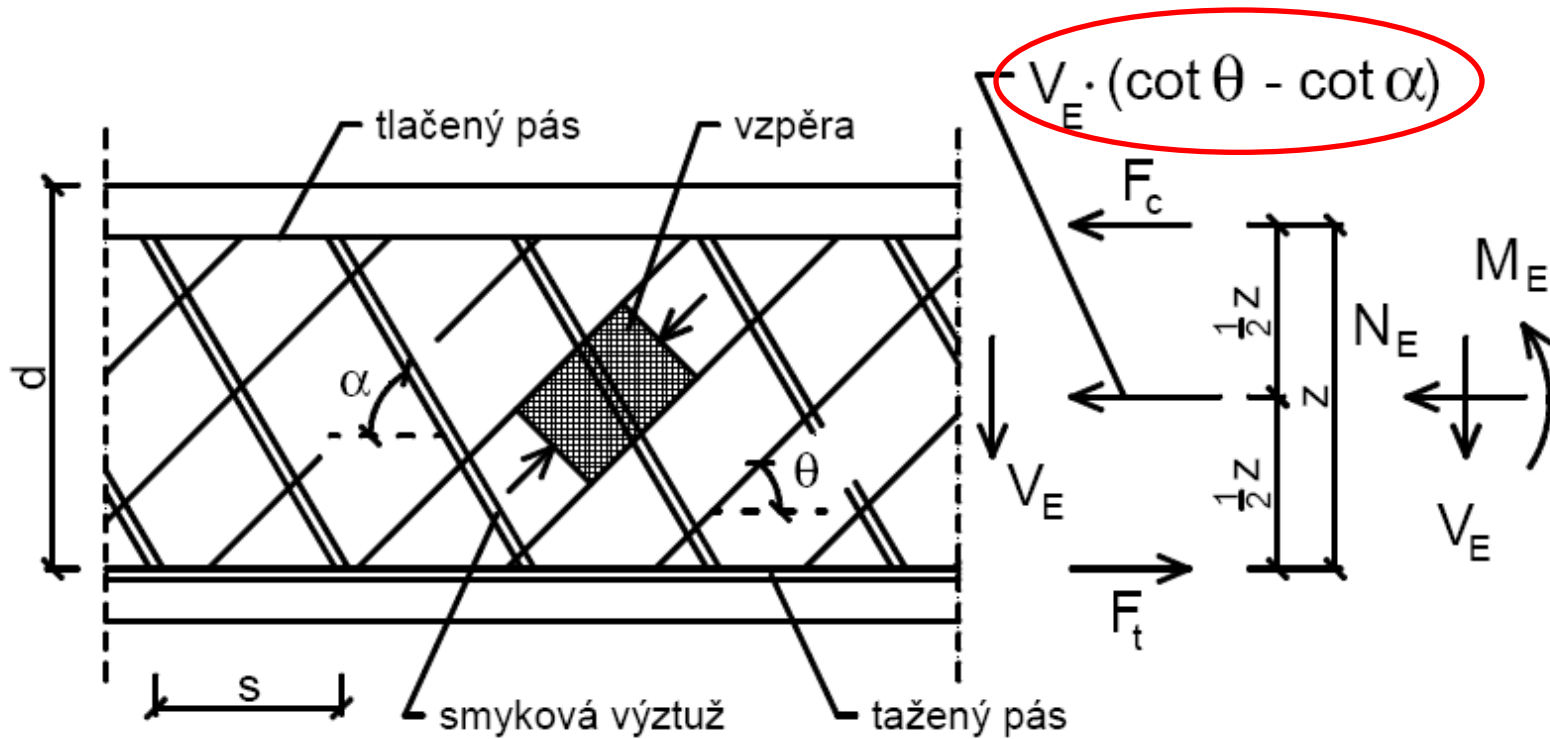
Pro stanovení jednotlivých únosností a přídatných sil lze použít model jednoduché příhradové soustavy pro oblasti běžného chování:



Prvky se smykovou výztuží – příklad porušení



c) Vodorovné síly



Přírůstek v obou pásech (tlačený beton, tažená podélná výztuž)

$$\Delta F_t = \Delta F_c = 0,5 \cdot V_E \cdot (\cot \theta - \cot \alpha)$$

Nárůst síly ve výztuži !!! Nutno zohlednit při kotvení výztuže

Smyková únosnost prvků se smykovou výztuží

- Pravidlo o posunu momentového obrazce

$$a_l = c - a/2 = 0,5 \cdot (c - b) = 0,5 \cdot z \cdot (\cot \theta - \cot \alpha)$$

→ přídatná síla ve výztuži

$$\Delta F_t = V_E \cdot a_l / z$$

→ výsledná síla ve výztuži

$$F_t = M_E / z + \Delta F_t \leq M_{E,max} / z$$

Návrh a posouzení prvků namáhaných na smyk

- **Zásady návrhu a posouzení**

- Prvky bez smykové výztuže - z hodnoty $V_{Rd,c}$ a $V_{Rd,max}$

- Prvky se smykovou výztuží

- $V_{Ed} \leq V_{Rd,s}$

- $V_{Ed} \leq V_{Rd,max}$

- sklon šikmé trhliny θ

- duktilita průřezu $V_{Rd,s} \leq V_{Rd,max}$ pro $\theta=45^\circ$

- Stupeň smykového vyztužení

- konstrukční zásady (vzdálenost třmínek, ohybů)

- Kombinace třmínek a ohybů

- Třmínky $V_{R,l} \geq 0,5 V_{Ed}$

- $V_{Rd,s} = V_{R,l} + V_{R,b}$ a $V_{Rd,max}$ pro $\alpha=90^\circ$

Návrh a posouzení prvků namáhaných na smyk

Únosnost tažené a tlačené diagonály

Pro prvky se svislou smykovou výztuží je únosnost ve smyku V_{Rd} menší hodnota z:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta$$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} / (\cot \theta + \tan \theta)$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} (\cot \theta + \cot \alpha) / (1 + \cot^2 \theta)$$

kde A_{sw} je průřezová plocha smykové výztuže;

s osová vzdálenost třmínků;

f_{ywd} návrhová mez kluzu smykové výztuže;

v_1 redukční součinitel pevnosti betonu při porušení smykem;

α_{cw} součinitel, kterým se zohledňuje stav napětí v tlačném pásu.

$$v = 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \quad (f_{ck} \text{ v MPa})$$

POZNÁMKA 2 Pokud návrhové napětí smykové výztuže je menší než 80 % charakteristické meze kluzu f_{yk} , lze v_1 uvažovat takto:

$$v_1 = 0,6 \quad \text{pro } f_{ck} \leq 60 \text{ MPa} \quad (6.10.aN)$$

$$v_1 = 0,9 - f_{ck} / 200 > 0,5 \quad \text{pro } f_{ck} \geq 60 \text{ MPa} \quad (6.10.bN)$$

Návrh a posouzení prvků namáhaných na smyk

POZNÁMKA 3 Doporučená hodnota α_{cw} je následující:

1,0	pro nepředpjaté konstrukce
$(1 + \sigma_{cp}/f_{cd})$	pro $0 < \sigma_{cp} \leq 0,25 f_{cd}$
1,25	pro $0,25 f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0,5 f_{cd}$
$2,5 (1 - \sigma_{cp}/f_{cd})$	pro $0,5 f_{cd} < \sigma_{cp} < 1,0 f_{cd}$

Duktilita průřezu $VR_{d,s} \leq VR_{d,max}$ pro $\theta=45^\circ$

POZNÁMKA 4 Maximální účinná průřezová plocha smykové výztuže $A_{sw,max}$, pro $\cot\theta=1$ je dána vztahem

$$\frac{A_{sw,max} f_{ywd}}{b_w s} \leq \frac{1}{2} \alpha_{cw} \nu_1 f_{cd} \qquad \frac{A_{sw,max} f_{ywd}}{b_w s} \leq \frac{\frac{1}{2} \alpha_{cw} \nu_1 f_{cd}}{\sin \alpha} \quad (6)$$

Sklon šikmé trhliny

$$1 \leq \cot\theta \leq 2,5.$$

Stupeň smykového vyztužení ρ_w nemá být menší než $\rho_{w,min}$:

$$\rho_w = A_{sw} / (s \cdot b_w \cdot \sin \alpha)$$

$$\rho_{w,min} = (0,08 \sqrt{f_{ck}}) / f_{yk}$$

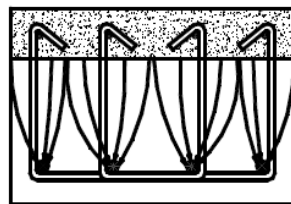
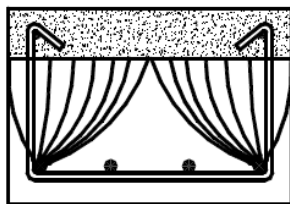
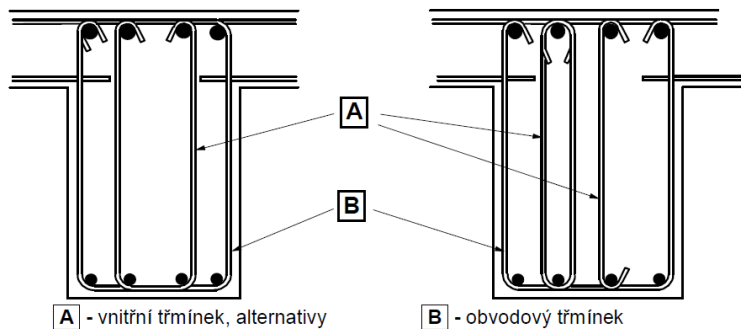
Návrh a posouzení prvků namáhaných na smyk

konstrukční zásady (vzdálenost třmínek, ohybů)

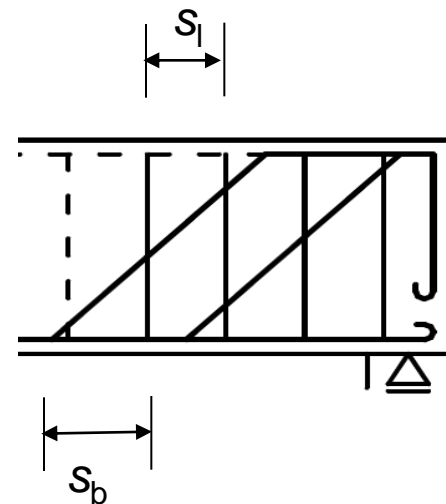
Maximální podélná osová vzdálenost sestav třmínkové výztuže $s_{l,max} = 0,75d (1 + \cot \alpha)$

Maximální podélná vzdálenost prutů s ohyby $s_{b,max} = 0,6 d (1 + \cot \alpha)$

Příčná osová vzdálenost větví třmínek v průřezu $s_{t,max} = 0,75d \leq 600 \text{ mm}$



s_t



Návrh a posouzení prvků namáhaných na smyk

- **Rozhodující průřezy**

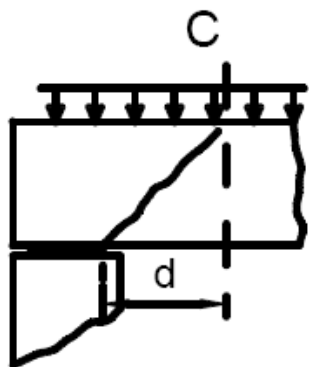
- Na konci šikmé trhliny - působí-li zatížení v horní oblasti prvku směrem ke střednici (přímé zatížení)
- Na začátku smykové trhliny – působí-li zatížení v dolní části prvku směrem od střednice (nepřímé zatížení)

- **Ve se mění po délce nosníku → proměnný návrh smykové výztuže**

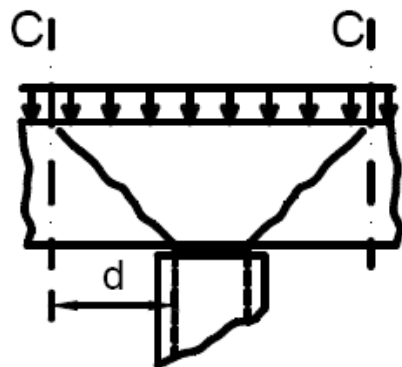
Návrh a posouzení prvků namáhaných na smyk

- Kritický svislý průřez**

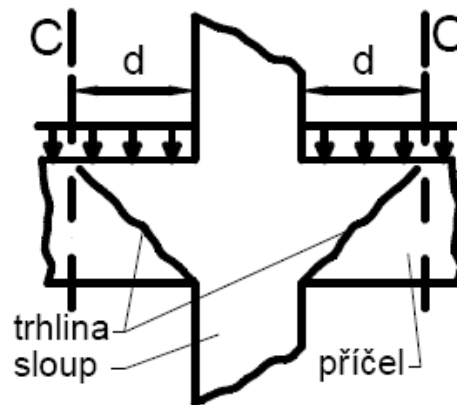
a) přímé uložení, zatížení nahoře



krajní podpora nosníku

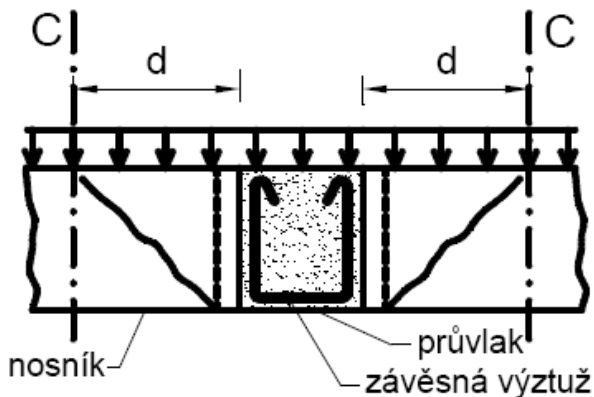


vnitřní podpora nosníku

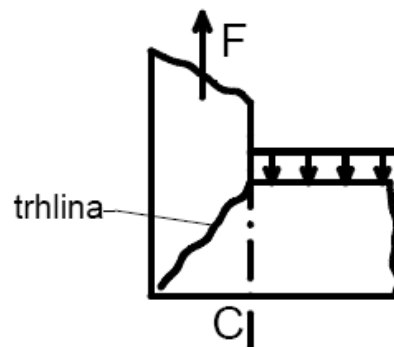


rámový styčnick

b) nepřímé uložení

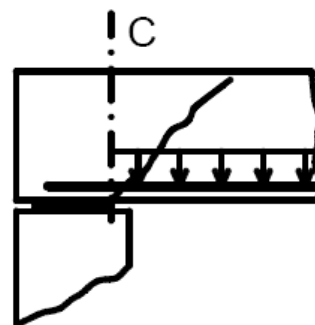


nosník vynášený posouvající silou



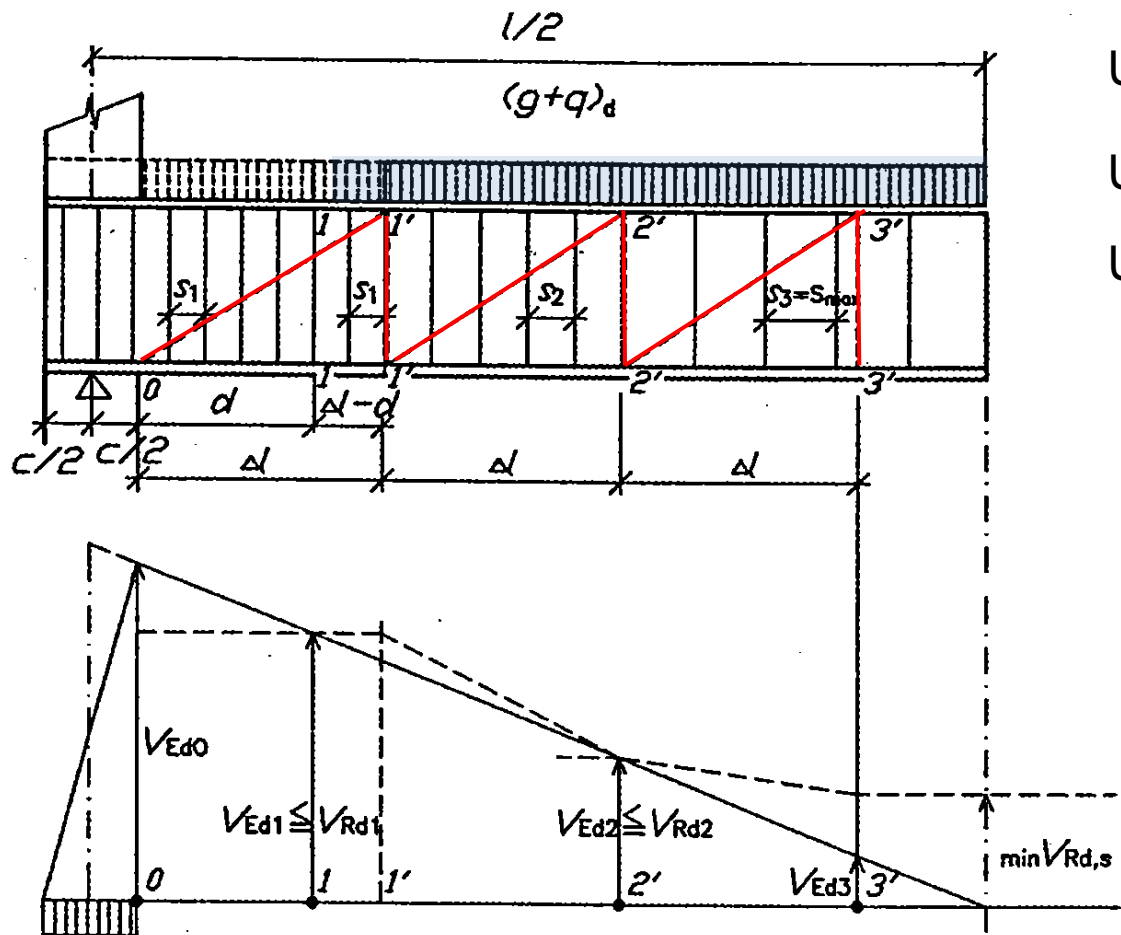
nosník vynášený tahovou silou

c) přímé uložení, zatížení dole



Návrh a posouzení prvků namáhaných na smyk

- Prvky bez nespojitosti ve průběhu V_{Ed}



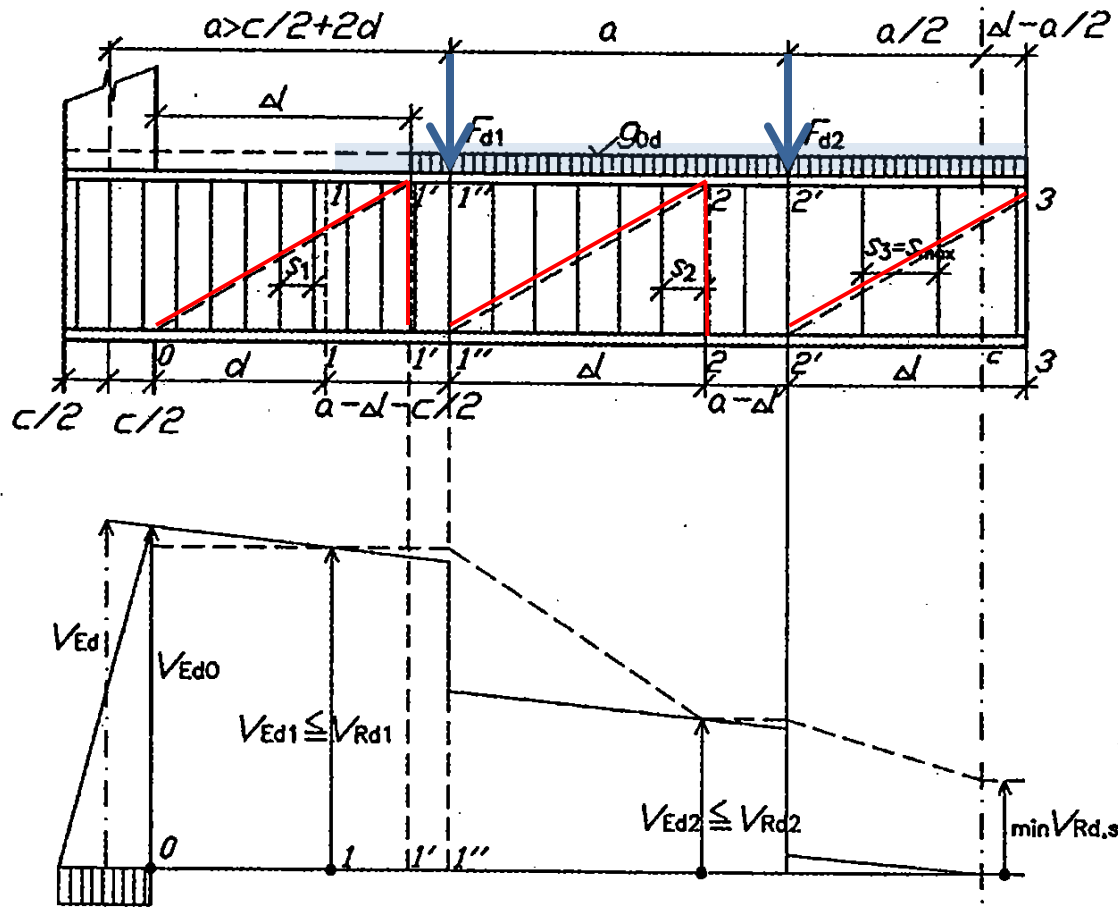
Úsek 0-1' – V_{Ed1}

Úsek 1'-2' – V_{Ed2}

Úsek 2'-3' – V_{Ed3}

Návrh a posouzení prvků namáhaných na smyk

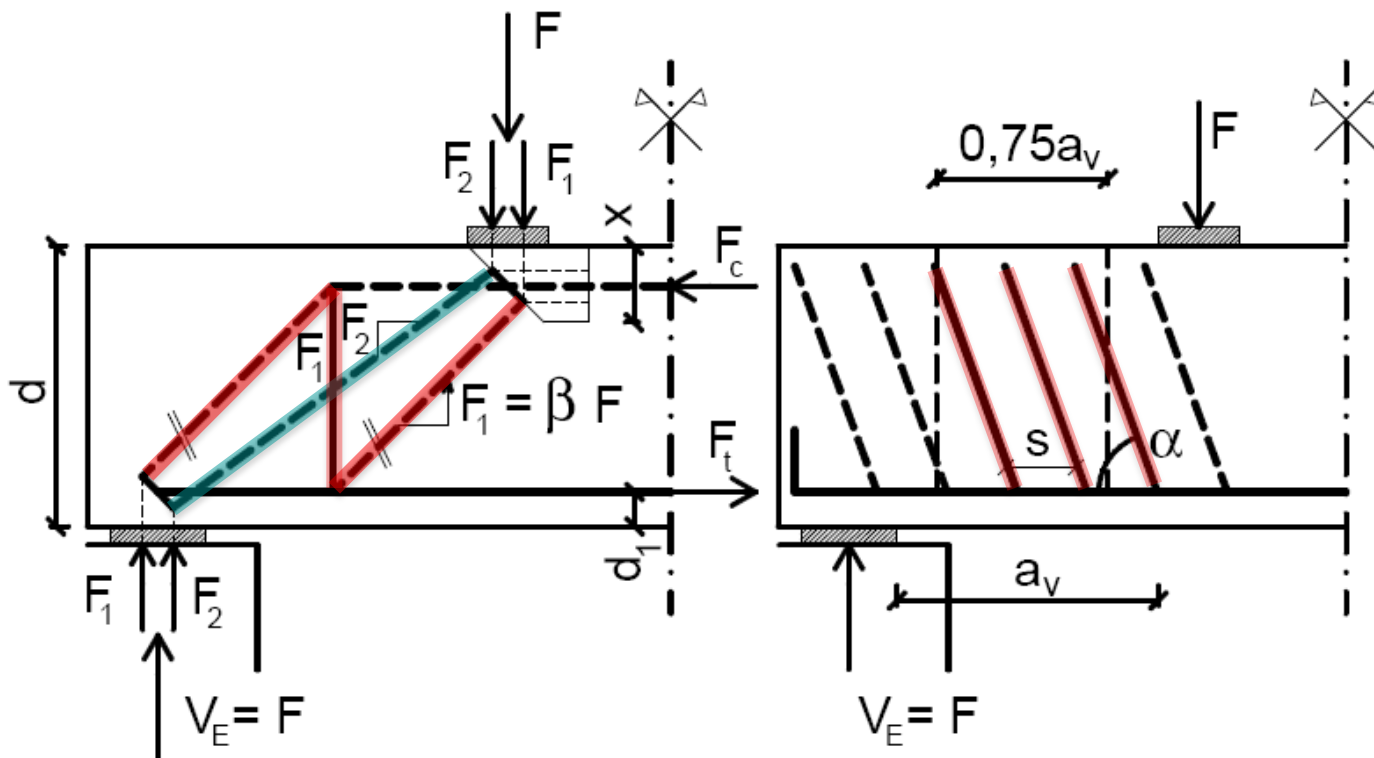
- Prvky s nespojitostí ve průběhu V_{Ed}



Návrh a posouzení prvků namáhaných na smyk

- **Ověření smykové únosnosti v blízkosti podpor:**

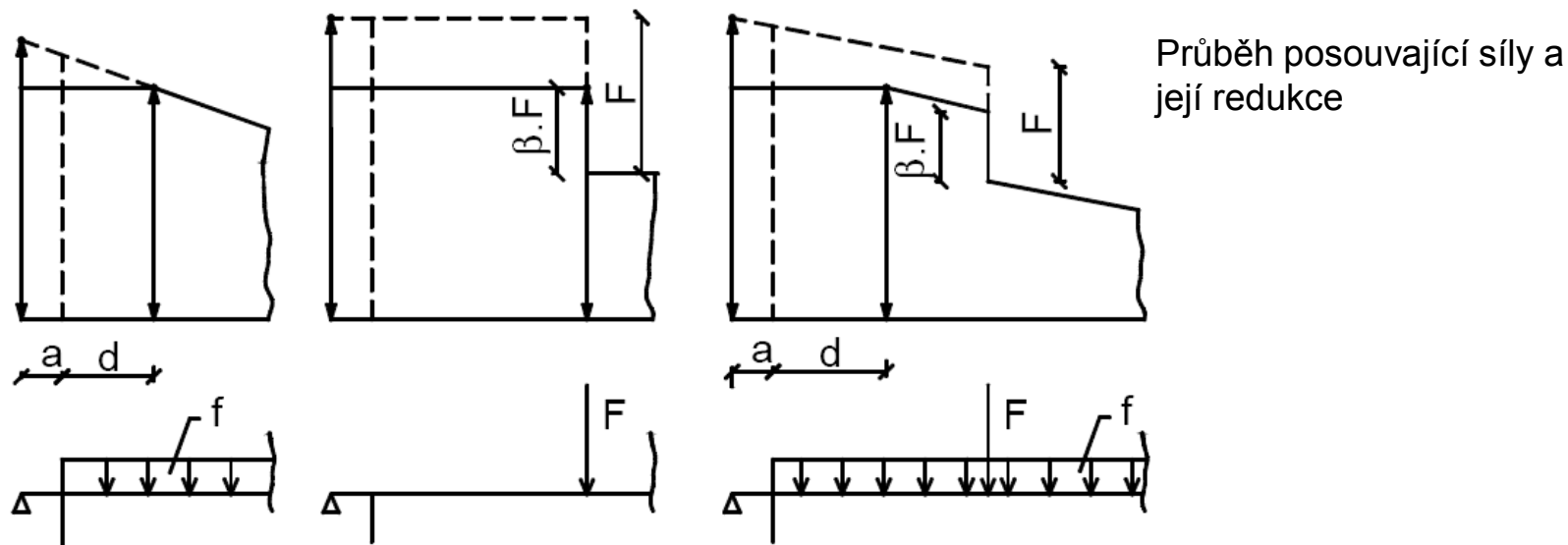
a) přenos břemene do podpory b) vyztužení



Složka F_2 se přenese přímo do podpory (tlak)
Složka F_1 se přenáší pomocí třmínek (tah)

Návrh a posouzení prvků namáhaných na smyk

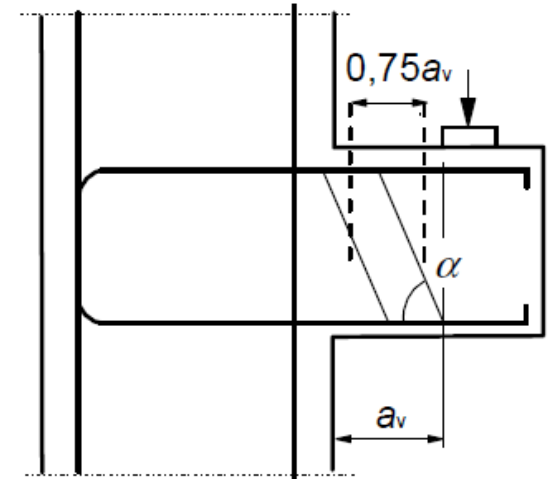
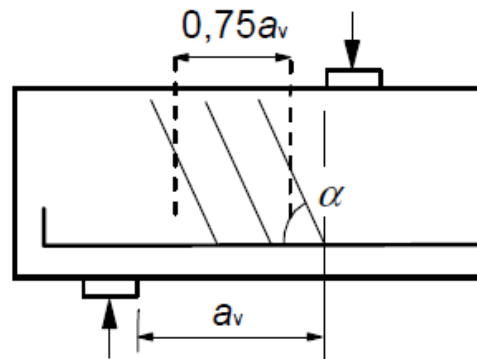
Ověření smykové únosnosti v blízkosti podpor:



Pro prvky s břemeny působícími na horním povrchu ve vzdálenosti $0,5d \leq a_v \leq 2,0d$, lze podíl tohoto zatížení na posouvající síle V_{Ed} redukovat součinitelem $\beta = a_v/2d$.

Návrh a posouzení prvků namáhaných na smyk

Ověření smykové únosnosti v blízkosti podpor:



Podmínka spolehlivosti

$$V_{Ed} \leq A_{sw} \cdot f_{ywd} \sin \alpha$$

kde $A_{sw} \cdot f_{ywd}$ je únosnost smykové výztuže protínající šikmou smykovou trhlinu mezi zatíženými oblastmi (viz obrázek). Smyková výztuž se však má uvažovat pouze ve střední části délky $0,75 a_v$.

Pro $a_v < 0,5d$ se má použít hodnota $a_v = 0,5d$.

Hodnota V_{Ed} vypočtená bez redukce součinitelem β má však vždy splnit podmínku

$$V_{Ed} \leq 0,5 b_w d \nu f_{cd}$$

Návrh a posouzení prvků namáhaných na smyk

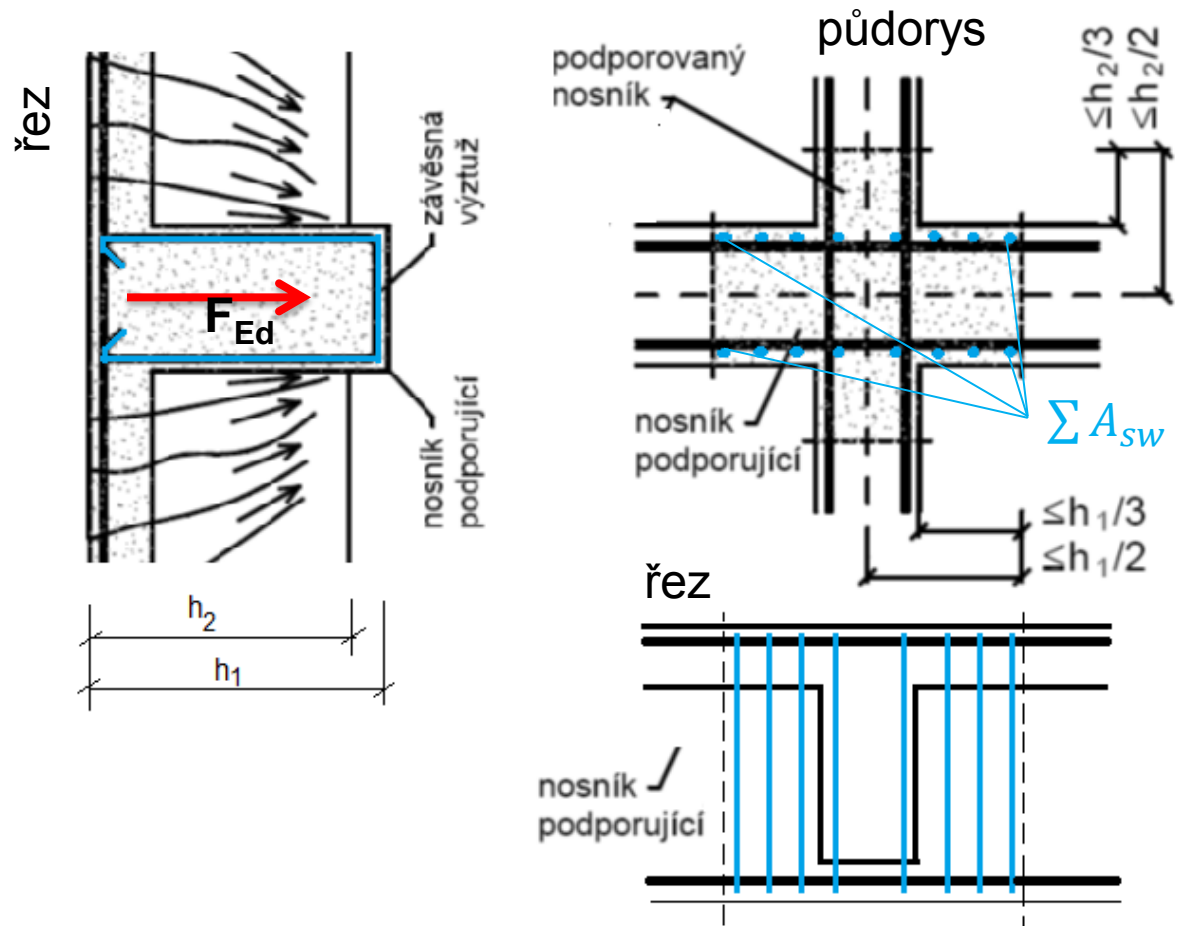
• Nepřímé zatížení – závěsná výztuž

Zatížení z podporovaného prvku (reakce F_{Ed}) působí při dolním povrchu podporujícího prvku – je třeba navrhnout dodatečnou výztuž pro jeho přenesení do horní části prvku

- Celková plocha $\sum A_{sw}$ závěsných třmínků musí splňovat podmínku:

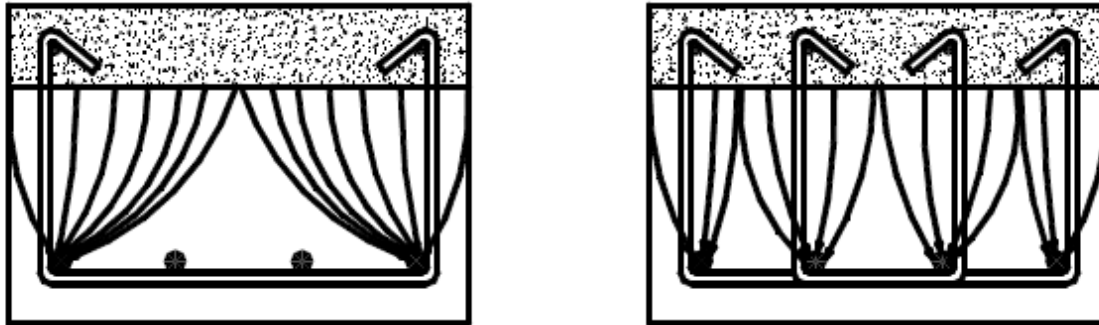
$$F_{Ed} \leq \sum A_{sw} \cdot f_{ywd}$$

- Závěsné třmínky se **přidají** k ostatní smykové výztuži



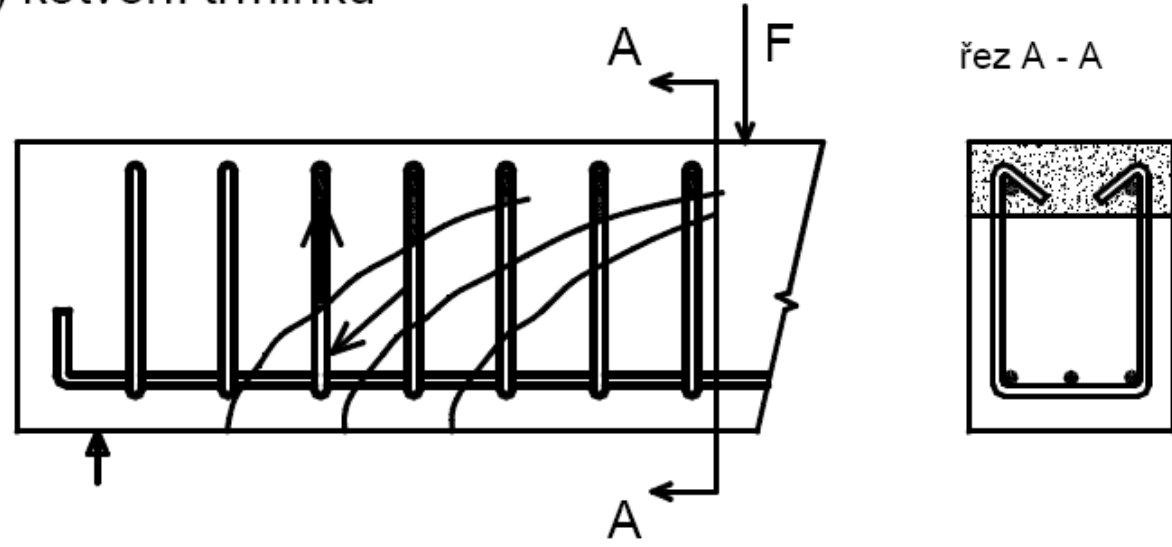
Návrh a posouzení prvků namáhaných na smyk

a) vynesení tlakové síly z diagonály pomocí třmíneků



→ Omezení vzdáleností větví třmíneků

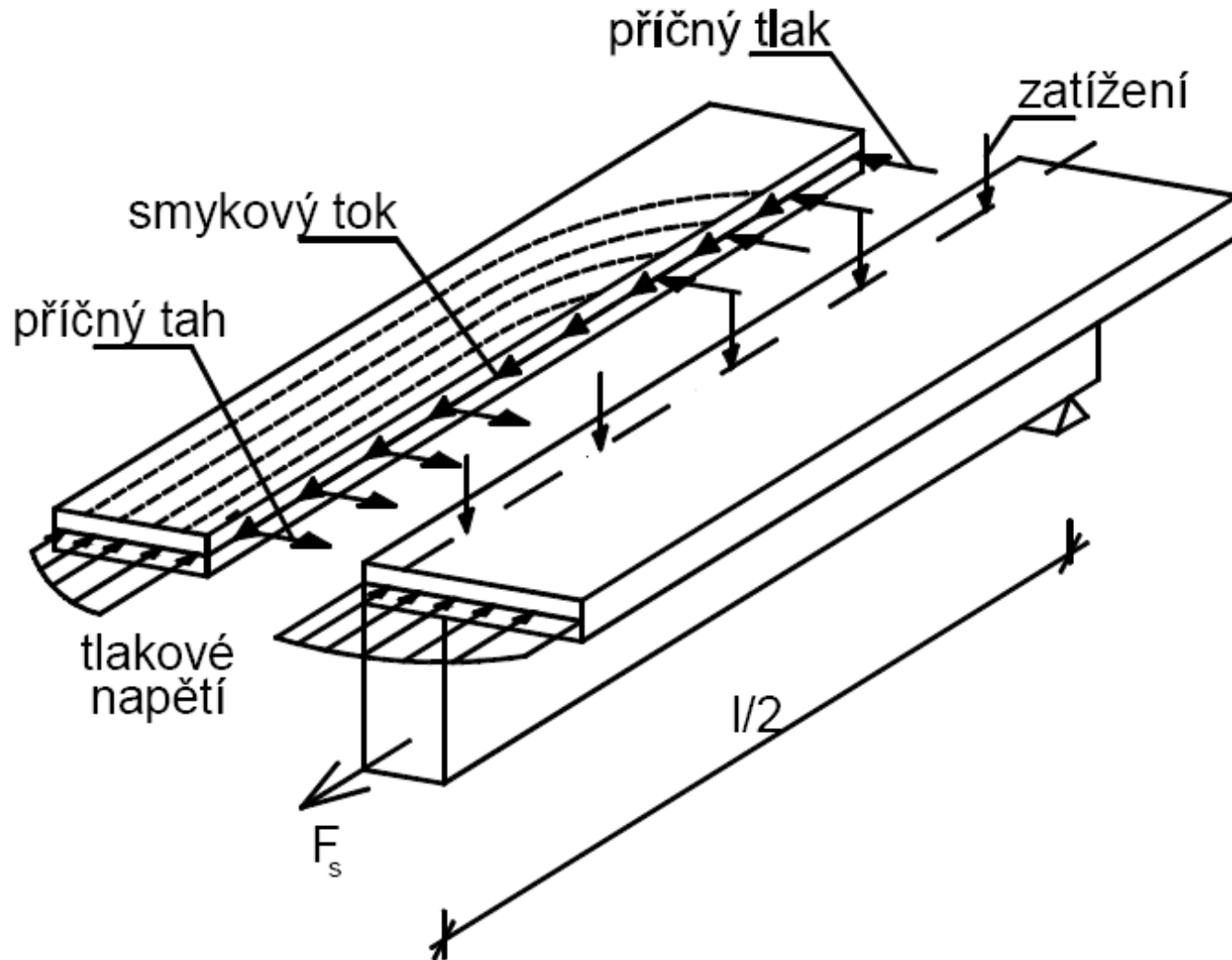
b) kotvení třmíneků



→ Kotvení v tlačené části prvku

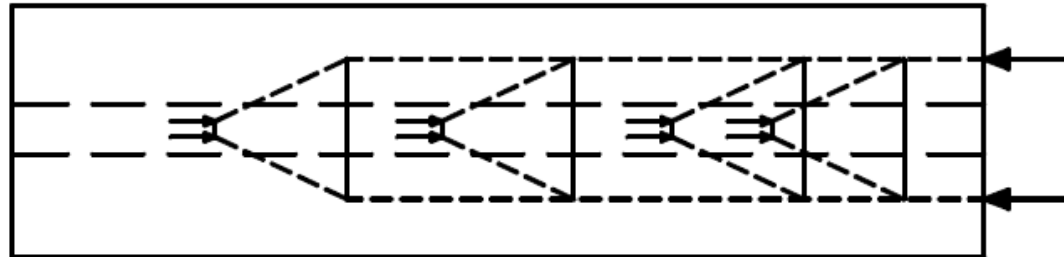
Podélný smyk

- Spolupůsobení nosníku s deskou

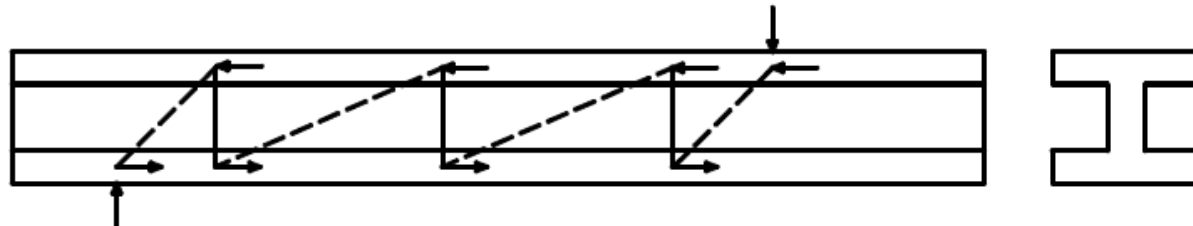


Podélný smyk

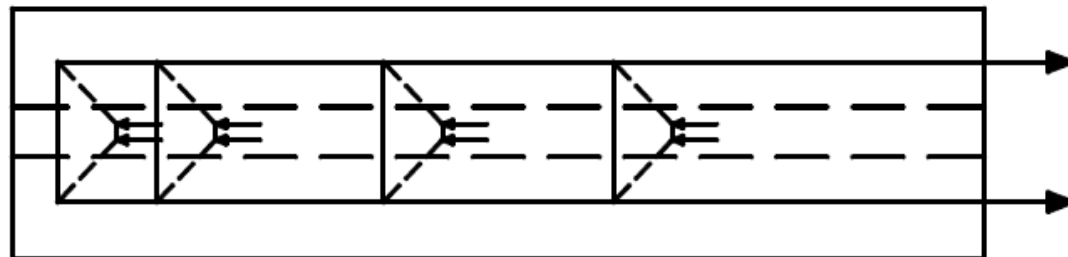
- Model příhradové soustavy pro I průřez



a) deska tlačená



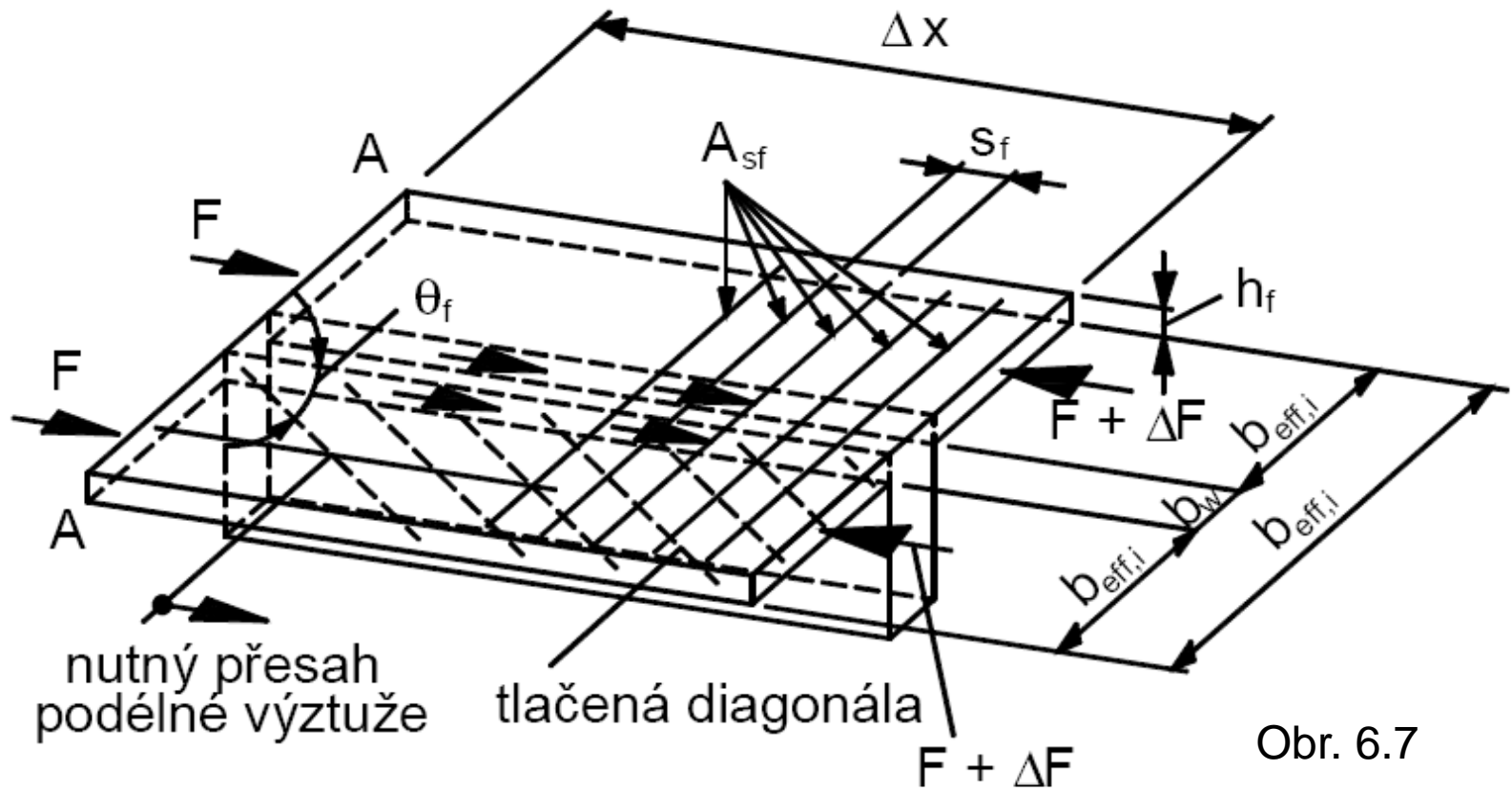
b) nosník



c) deska tažená

Podélný smyk

- K návrhu výztuže na podélný smyk



Obr. 6.7

Podélný smyk

(3) Podélné smykové napětí v_{Ed} ve spojení příruby se stěnou je určeno změnou normálové (podélné) síly v uvažované části příruby vztahem:

$$v_{Ed} = \Delta F_d / (h_f \cdot \Delta x) \quad (6.20)$$

kde h_f je tloušťka příruby v místě připojení;

Δx uvažovaná délka viz obrázky 6.7;

ΔF_d změna normálové síly v přírubě na délce Δx .

Maximální hodnota, kterou lze pro Δx předpokládat, je polovina vzdálenosti mezi průřezem s nulovým momentem a průřezem s maximálním momentem. Pokud působí osamělá břemena, nemá délka Δx přestoupit vzdálenost mezi osamělými břemeny.

(4) Plochu příčné betonářské výztuže na jednotku délky připojení A_{sf}/s_f lze stanovit následovně:

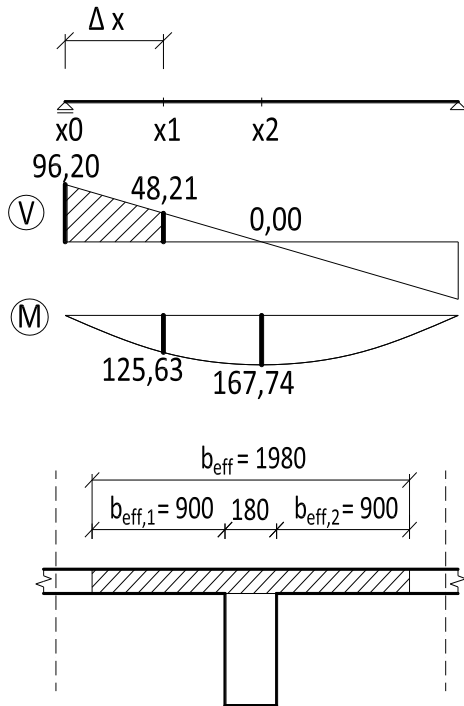
$$(A_{sf} f_{yd} / s_f) \geq v_{Ed} \cdot h_f / \cot \theta_f \quad (6.21)$$

Aby se zabránilo rozdrčení tlakových diagonál v přírubě, má být splněna následující podmínka:

$$v_{Ed} \leq v f_{cd} \sin \theta_f \cos \theta_f \quad (6.22)$$

Podélný smyk

rovnorné spojité zatížení
 $f_d = 27,58 \text{ kN/m}$



Změnu normálovou sílu ΔF_{cc} (na celou šířku tlačené části b_{eff}) na úseku Δx můžeme počítat buď:

- z hodnot momentů:

$$\text{norm. síla v místě } x_0 : F_{cc(x_0)} = \frac{M(x_0)}{z} = 0,00 \text{ kNm}$$

$$\text{norm. síla v místě } x_1 : F_{cc(x_1)} = \frac{M(x_1)}{z} = \frac{125,63}{0,3896} = 322,46 \text{ kN}$$

$$\text{změna posouvající síly je rozdíl: } \Delta F_{cc} \geq F_{cc(x_1)} - F_{cc(x_0)} = 322,46 - 0,00 = 322,46 \text{ kN}$$

- integrací posouvající síly na délce Δx :

$$\Delta F_{cc} = \frac{1}{z} \int_{x_0}^{x_1} V(x) dx, \text{ kde } x_0 = 0,0 \text{ m}, x_1 = 1,744 \text{ m}, \text{ kde } V(x) = V_{Ed} - f_d \cdot x$$

$$\begin{aligned} \Delta F_{cc} &= \frac{1}{z} \int_{x_0}^{x_1} (V_{Ed} - f_d \cdot x) dx = \frac{1}{z} \left[V_{Ed} \cdot x - f_d \cdot \frac{x^2}{2} \right]_0^{1,744} = \\ &= \frac{1}{0,3896} \left(96,20 \cdot 1,744 - 27,58 \cdot \frac{1,744^2}{2} \right) = 322,47 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\text{Na jednu přírubu připadne: } \Delta F_d = \Delta F_{cc} \frac{b_{eff,1}}{b_{eff}} = 322,47 \frac{0,900}{1,980} = 146,58 \text{ kN}$$

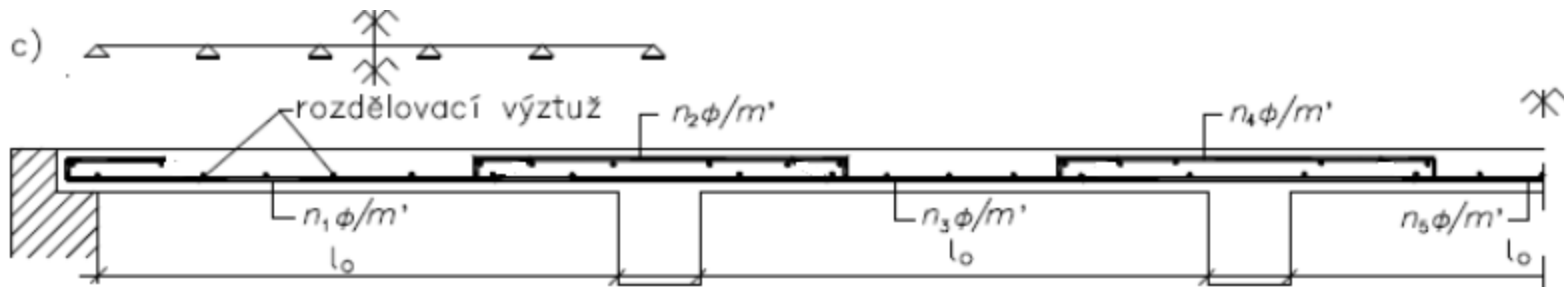
Více viz konkrétní příklad 5 (T průřez) ve „**Výukové texty, příklady a pomůcky**“ dostupné na http://www.fce.vutbr.cz/BZK/studenti/BL01/BL01_skripta.pdf

Podélný smyk

POZNÁMKA Dovolný rozsah hodnot pro $\cot \theta_f$, který se použije v příslušném státě, lze nalézt v národní příloze. Pokud není k dispozici přesnější výpočet, jsou doporučené hodnoty:^{NP49)}

$1,0 \leq \cot \theta_f \leq 2,0$ pro tlačené příruby ($45^\circ \geq \theta_f \geq 26,5^\circ$)

$1,0 \leq \cot \theta_f \leq 1,25$ pro tažené příruby ($45^\circ \geq \theta_f \geq 38,6^\circ$)



(5) V případě kombinace smyku mezi přírubou a stěnou a příčného ohybu, má být plocha výztuže větší než je dána vztahem (6.21), nebo polovina výztuže dané vztahem (6.21) plus plocha výztuže pro příčný ohyb.

(6) Pokud je v_{Ed} menší nebo rovno hodnotě kf_{ctd} , nepožaduje se větší výztuž než je nutná pro příčný ohybový moment.

POZNÁMKA Hodnotu k , která se použije v příslušném státě, lze nalézt v národní příloze. Doporučená hodnota je 0,4.^{NP50)}

(7) Podélná tahová výztuž v přírubě má být zakotvena za tlakovou diagonálu nutnou k přenesení síly zpět do stěny v průřezu, kde je výztuž požadována (viz řez (A – A) na obrázku 6.7).