

Prvky betonových konstrukcí

BL01 – 5. přednáška

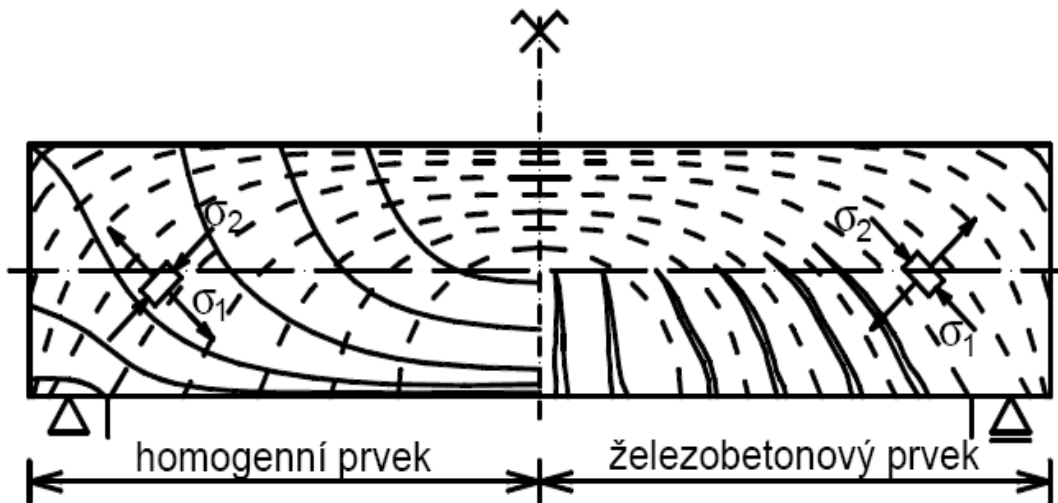
- Dimenzování průřezů namáhaných posouvající silou.
- Chování a modelování prvků před a po vzniku trhlin, způsob porušení.
- Prvky bez smykové výztuže.
- Prvky se smykovou výztuží – 1.část.

Chování prvků namáhaných posouvající silou

- chování prvků namáhaných posouvající silou je závislé na míře vlivu ohybových momentů (vliv σ_x a τ),
- podle velikosti zatížení rozlišujeme situaci před a po vzniku trhlin (hranice je pevnost betonu v tahu), význam má i únosnost betonu v tlaku,
- do vzniku trhlin se prvek chová dle teorie pružnosti jako prvek homogenní → průběh trajektorií viz obr. pro hlavní napětí:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

- příznivý vliv tlakových napětí σ_z se projeví u podpory (redukce hlavního napětí v tahu, omezení trhlin až do **2,5.d** od podpory, lepší kotvení výztuže).



trajektorie hlavních napětí

U běžných prvků se nejdříve vyvíjí trhliny ohybové a následně smykové - rozhoduje velikost smykové vůči ohybové štihlosti - ohybová štihlost $\lambda_M = l/h$ je většinou větší než smyková štihlost $\lambda_V = a/h$, kde $a = M_{max} / V_{max}$ je smykové rozpětí.

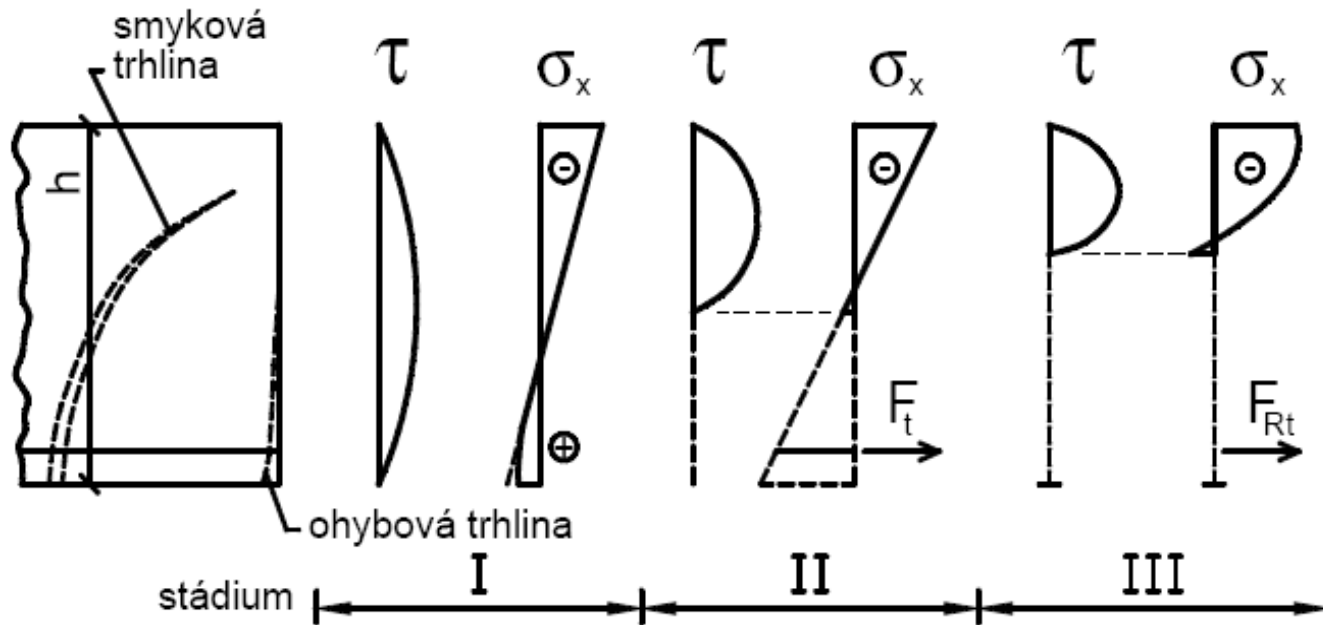
Chování prvků namáhaných posouvající silou

- při postupném zatěžování opět rozlišujeme tři stádia (viz ohyb):

stádium I – prvek není porušen ohybovými ani smykovými trhlinami – řešení jako homogenní prvek,

stádium II – dříve vznikají trhliny ohybové a později i smykové,

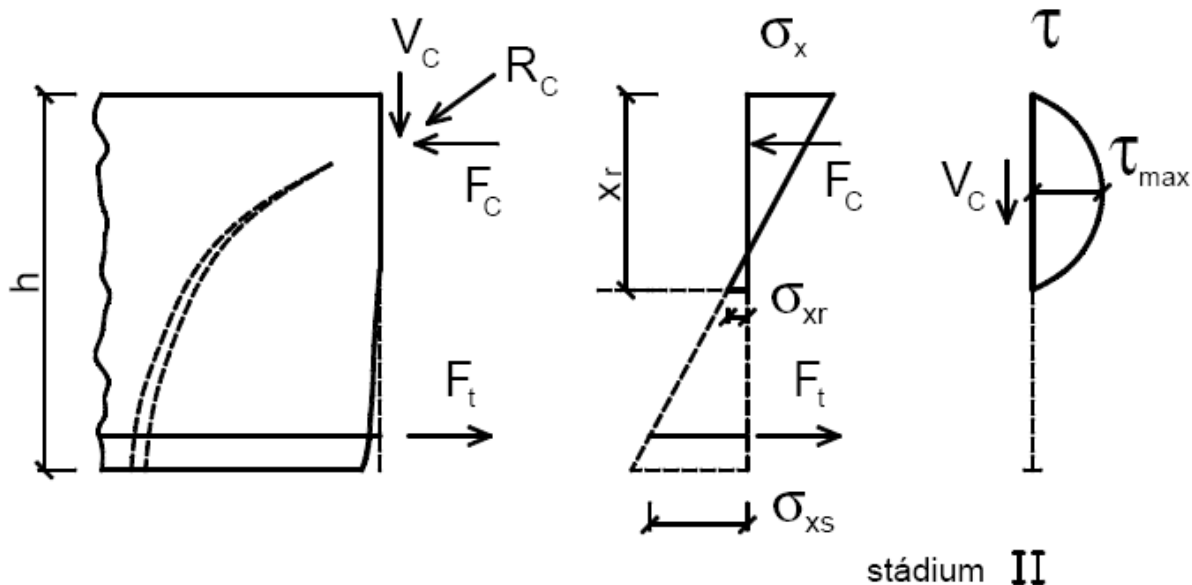
stádium III – trhliny se prodlužují, beton vzdoruje na menší ploše – porušení smykové výztuže (nárůst protažení výztuže až dojde k drcení betonu) nebo překročením únosnosti tlačných betonových segmentů mezi trhlinami.



Napjatost prvku při postupném zatěžování

Chování prvků namáhaných posouvající silou

- pro stanovení únosnosti prvku bez smykové trhliny je rozhodující situace na mezi vzniku šikmých (smykových) trhlin – již existuje ohybová trhlina (stádium II),
- v místě ohybové trhliny u obdélníkového průřezu platí $\tau_{max} = 1,5 \cdot V_{cd} / (b \cdot x_r)$ a pro $x_r \approx 0,4 \cdot d$, což odpovídá podle provedených zkoušek situaci těsně před vznikem šikmé smykové trhliny, lze stanovit únosnost ve smyku na mezi vzniku smykových trhlin ve tvaru $V_{cr} \approx 0,25 \cdot b \cdot d \cdot f_{ct}$,
- tuto únosnost je nutno upravit o další vlivy – vyztužení, tvar průřezu, zatížení atd.,
- sníženou únosnost po vzniku šikmé trhliny lze nahradit smykovou výztuží.

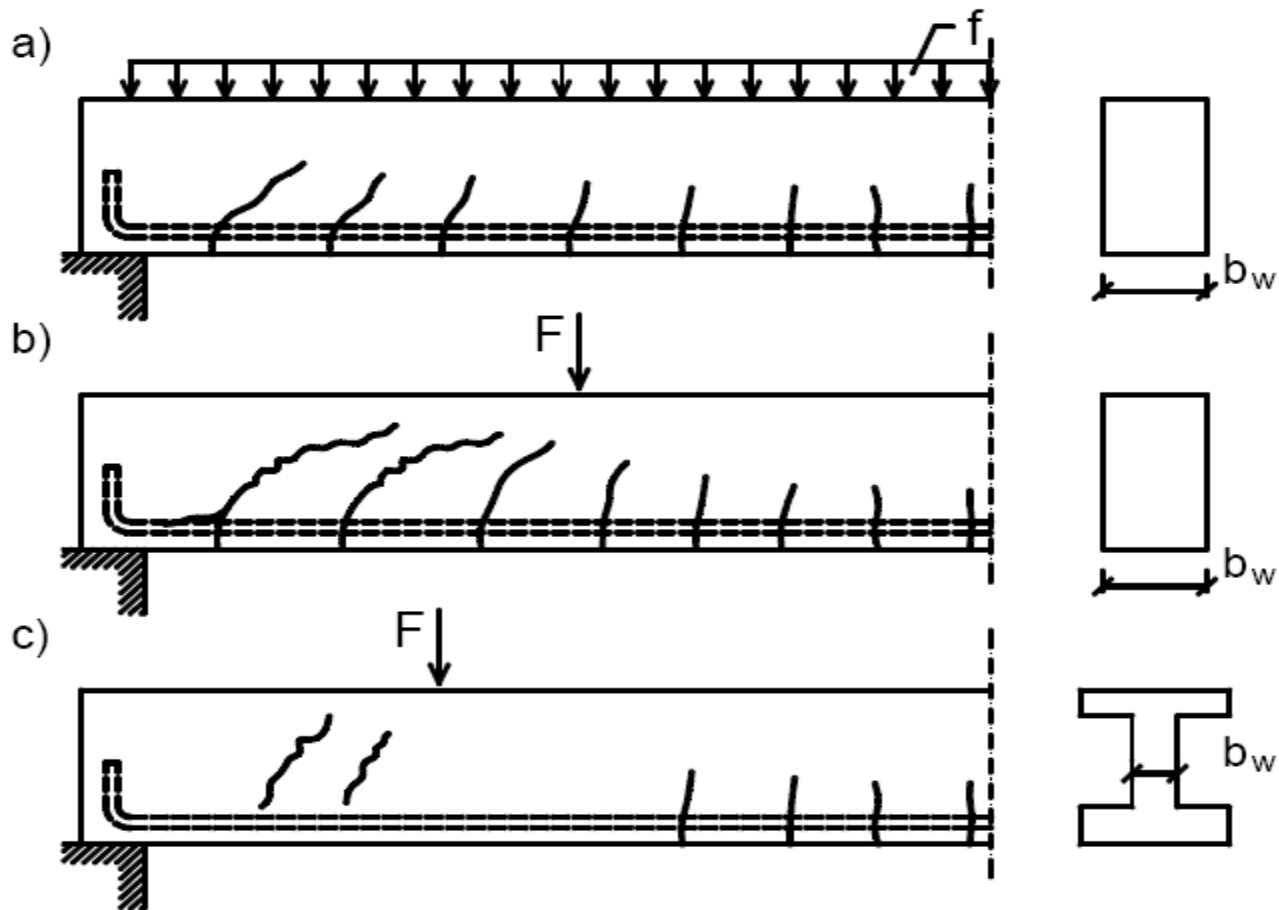


Situace s ohybovou a smykovou trhlinou na mezi vzniku trhlin

Chování prvků namáhaných posouvající silou

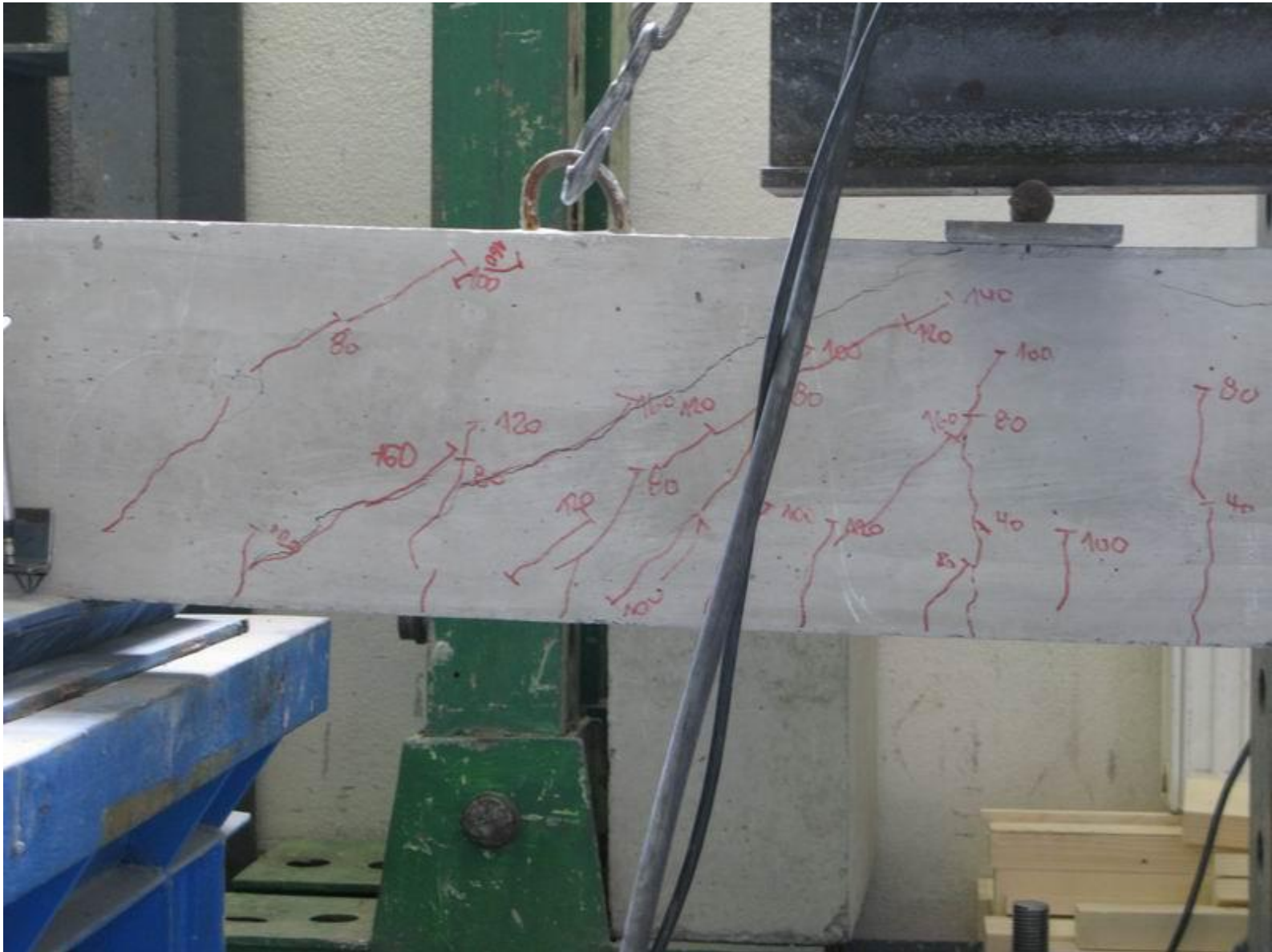
Závislost tvaru trhlin na tvaru průřezu a na zatížení:

- a) pro rovnoměrné zatížení, b) pro osamělá břemena – trhliny delší, šikmější
c) trhliny ve stěně I-nosníku – nastanou dřív než běžné smykové trhliny.



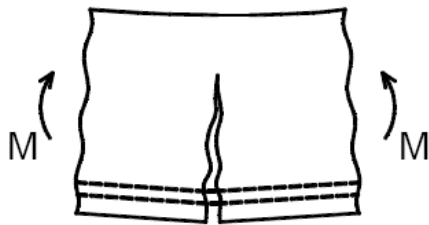
Možné tvary smykových trhlin

Chování prvků namáhaných posouvající silou



Chování prvků namáhaných posouvající silou

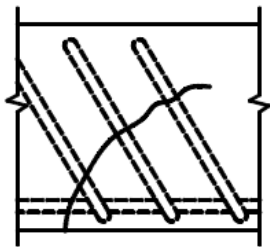
- rozdíl v chování prvku v místě ohybové a smykové trhliny – jiný směr otevírání, jiné zapojení podélné výztuže, jiné síly v kontaktu betonu, v místě trhliny musí být splněna rovnováha sil,
- význam smykové výztuže v místě šikmé trhlin přenosu hlavního napětí v tahu po jejich vzniku
- smyková výztuž šikmá (lepší přenos sil) nebo šikmé, ohyby.



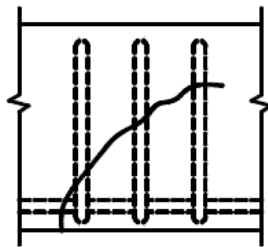
a) ohybová trhlina



b) šikmá smyková trhlina

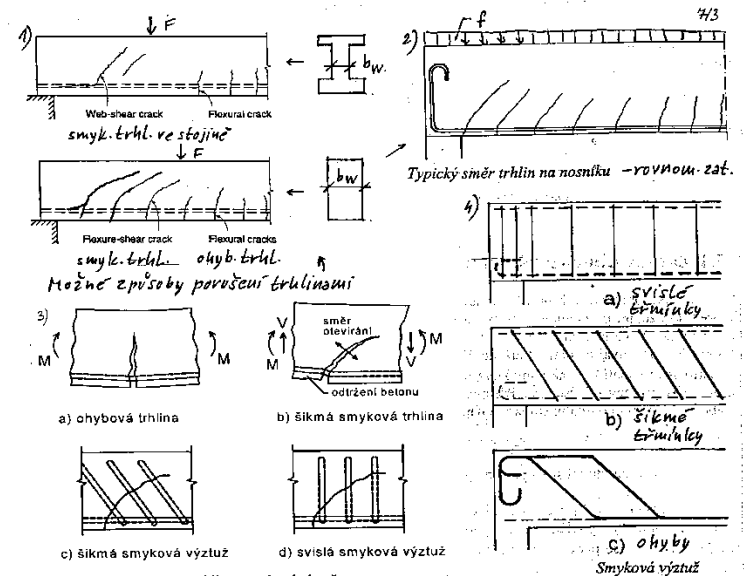


c) šikmá smyková výztuž

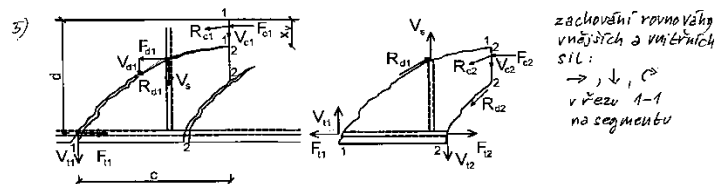


d) svislá smyková výztuž

Druhy trhlín a smykové výztuže



Druhy trhlín a smykové výztuže



Působící síly ve smykové tržlině a mezi nimi

- Síly v tržlině:**
- R_{c1} - síla v tlačném betonu na konci tržliny $\Rightarrow V_{c1}$
 - R_{d1} - síla od hmoždinkového účinku zrušování $\Rightarrow V_{d1}$
 - V_{e1} - síla od hmoždinkového účinku podélné výztuže
 - V_s - svislá síla ve smykové výztuži
- Celk. síla: prvky bez smykové výztuže: $V_c = V_{c1} + V_{d1} + V_{e1}$**
prvky se smykovou výztuží: $V_{cs} = V_c + V_s$

Chování prvků namáhaných posouvající silou

- síly působící v trhlině

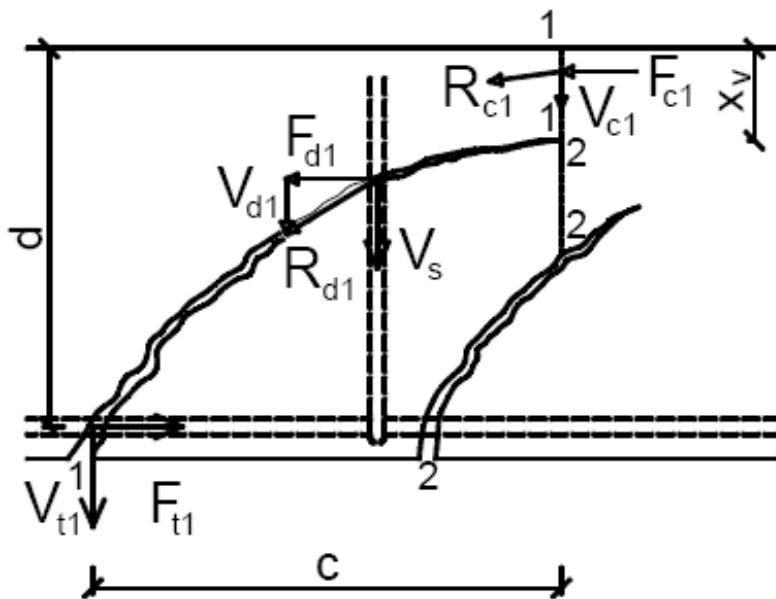
R_{c1} – síla v tlačeném betonu na konci trhliny → složky V_{c1} , F_{c1}

R_{d1} – síla od hmoždinkového účinku zrn kameniva, která tím částečně brání posunu v trhlině → složky V_{d1} , F_{d1}

V_{t1} – svislá síla od hmoždinkového účinku podélné tažené výztuže v trhlině (tento efekt však může vést až k odtržení části krycí vrstvy betonu), F_{t1} – svislá síla od hmožd. účinku

V_s – svislá síla ve smykové výztuži, pokud je navržena.

a) síly v trhlině



V šikmé trhlině musí být zachována rovnováha sil ve vodorovném a svislém směru – v řezu 1 i na segmentu (lze uplatnit i momentovou podmínku – např. k působišti síly R_{c1} – běžně se nepoužívá).

Výsledná síla:

pro prvky bez smykové výztuže:

$$V_c = V_{c1} + V_{d1} + V_{t1}$$

pro prvky se smykovou výztuží:

$$V_{cs} = V_c + V_s$$

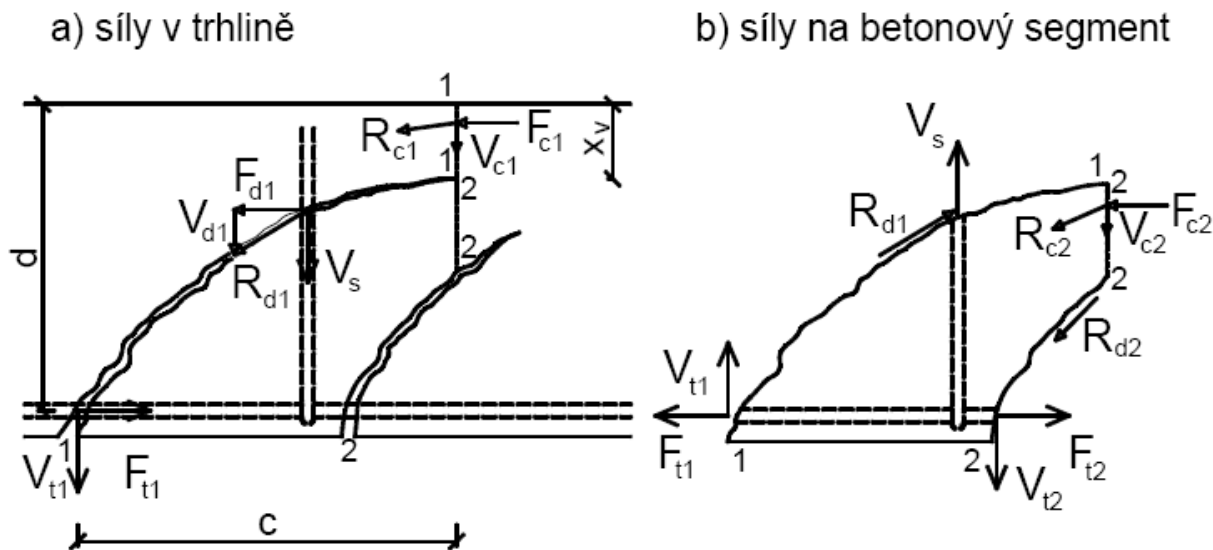
Pro vodorovný směr: $F_{c1} + F_{d1} = F_{t1}$

Chování prvků namáhaných posouvající silou

- síly působící na betonový segment** (vzniká mezi dvěma trhlinami):
 R_{c2} – mimostředně působící tlaková síla v tlačeném betonu $\rightarrow V_{c2}, F_{c2}$,
 R_{d1} ($\rightarrow V_{d1}, F_{d1}$), R_{d2} ($\rightarrow V_{d2}, F_{d2}$), V_{t1} a F_{d1} , V_{t2} a F_{d2} – síly v trhlinách
 (hmoždinkový účinek kameniva a výztuže),
 V_s – svislá síla ve smykové výztuži, pokud je navržena.
- podmínky rovnováhy:**

$$V_{c2} + V_{d2} - V_{d1} + V_{t2} - V_{t1} = V_s,$$

$$F_{c2} + F_{d2} - F_{d1} = F_{t2} - F_{t1}$$



Působící síly ve smykové trhlině a mezi nimi

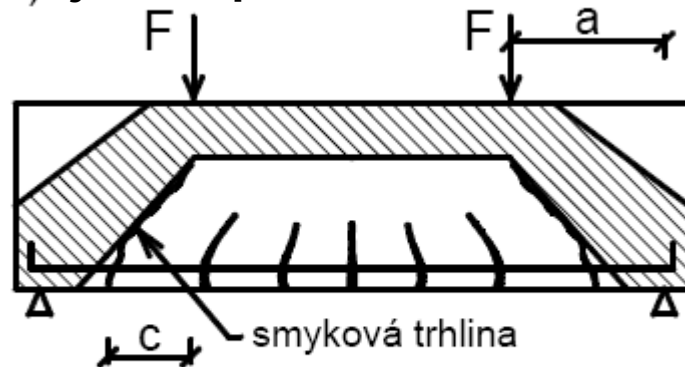
Výpočet mezní únosnosti – základní principy

- při dimenzování železobetonových prvků namáhaných posouvající silou je nutno prokázat spolehlivostní podmínku ve tvaru $V_{Rd} \geq V_{Ed}$,
- z hlediska meze únosnosti rozeznáváme:
 - smykovou únosnost $V_{Rc} = V_{Rd,c}$, tj. únosnost prvku nebo části prvku bez smykové výztuže (tj. jen s podélnou výztuží nebo bez ní),
 - smykovou únosnost $V_{Rs} = V_{Rd,s}$, tj. únosnost smykové výztuže,
 - smykovou únosnost $V_{Rmax} = V_{Rd,max}$, tj. únosnost tlačенého segmentu mezi trhlinami.
- smykovou výztuž bude nutno navrhnout, pokud $V_{Ed} > V_{Rd,c}$,
- vždy se má provést alespoň minimální smykové vyztužení odpovídající konstrukčním zásadám (mimo desky a prvky malého významu),
- podélná tažená výztuž musí přenést sílu nejen od ohybového momentu, ale i přídavnou sílu od posouvající síly ΔF_{st} - musí ji přenést i do podpory,
- u prvků s náběhy (se skloněným dolním nebo horním povrchem) vznikají v důsledku šikmých sil v podélné výztuži a v tlačенé části betonu nad šikmou trhlinou jejich posouvající složky V_t a V_{cc} , o které je nutné upravit velikost posouvající síly od zatížení nebo odolnost prvku v šikmé trhlině, tj. na $V_{Rd} = V_{Rd,s} + V_{cc} + V_t$ (přitom $V_{Rd,s} \leq V_{Rd,max}$) nebo $V_{Rd,max} \geq V_{Ed} - V_{cc} - V_t$ (kladné znaménko u těchto sil je v případě pokud působí ve směru zatížení).

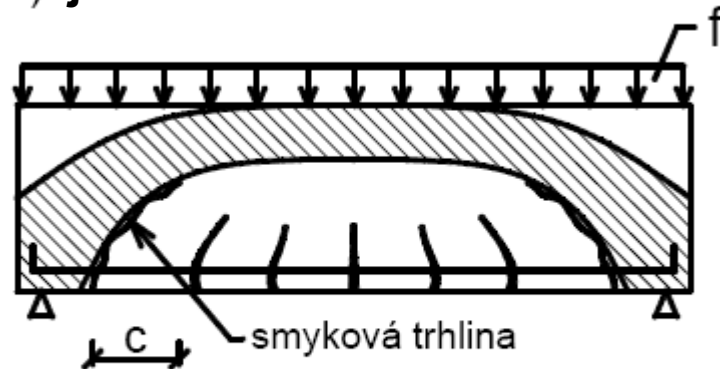
Prvky bez smykové výztuže

- prvek bez smykové výztuže je vyztužen pouze podélnou taženou výztuží (u prvků malého významu - běžné desky, popř. překlady do rozpětí 2 m).
- únosnost stanovenou pro tento případ lze využít i u prvků se smykovou výztuží pro vymezení částí, kde není třeba tuto výztuž počítat,
- prvek bez smykové výztuže po vzniku ohybových a smykových trhlin přenáší zatížení ve formě uvnitř vytvořeného nosníku se zakřiveným nebo lomeným tlačným pásem s táhlem - tvar tlačného pásu závisí na způsobu zatížení – viz např. vzpěradlo nebo oblouk s táhlem v obr.,
- pro smykové porušení bývá rozhodující únosnost v šikmé trhlíně v blízkosti podpory - její určení je složité - lze vycházet s přibližně stejné únosnosti tlačené části betonu a únosnosti na mezi vzniku smykových trhlin (V_{cr}),
- je nutné dostatečné zakotvení podélné výztuže v podpoře (na nárůst síly).

a) jako vzpěradlo



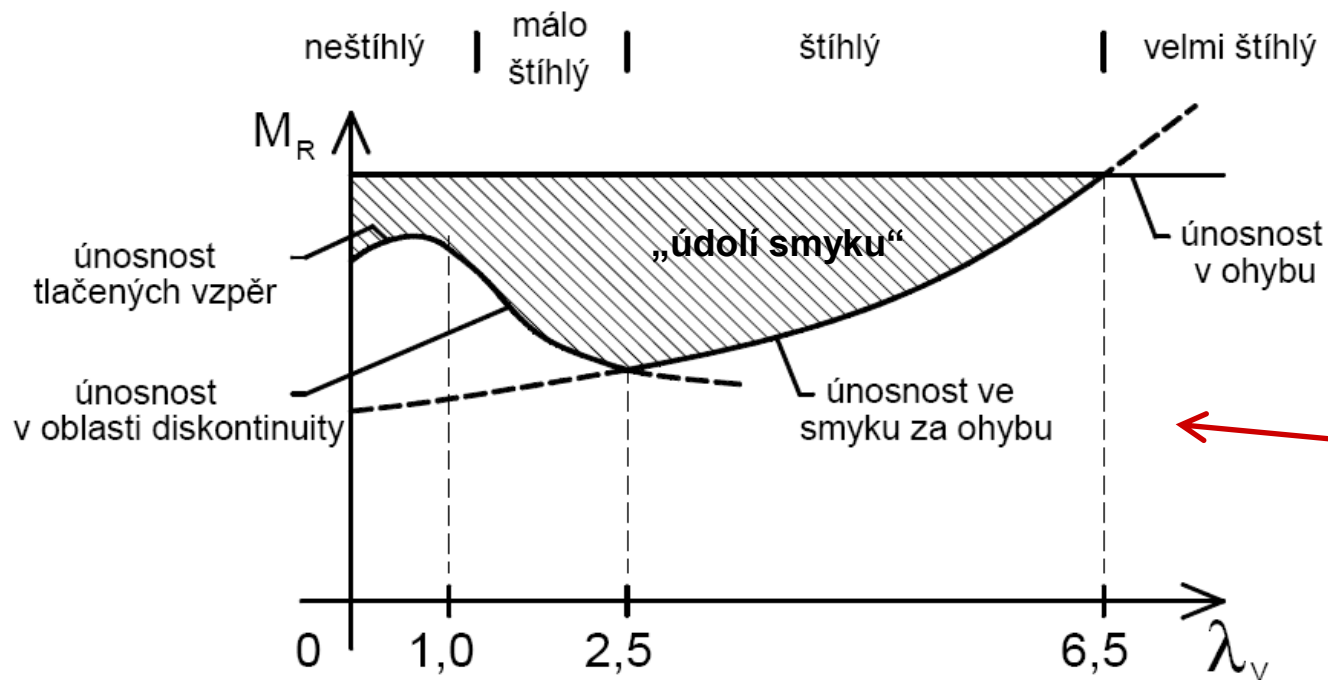
b) jako oblouk s táhlem



Chování prvku bez smykové výztuže

Prvky bez smykové výztuže

- na porušení prvku má vliv i hodnota smykové štíhlosti (závisí na účincích zatížení a výšce průřezu) – na obr. je uveden význam vlivu na porušení prvku ve srovnání s porušením pro ohyb M_{Rd} (pro obr. a) na předch. listu),
- o porušení rozhoduje: pro $\lambda_v > 6,5$ ohyb, pro $2,5 < \lambda_v \leq 6,5$ smyk za ohybu na konci smykové trhliny, pro $\lambda_v \leq 2,5$ se projevuje příznivý vliv svislého tlakového napětí při přímém zatížení v blízkosti podpory, při velmi malé štíhlosti může dojít k porušení tlačené vzpěry přenášející břemeno přímo do podpory,
- nejnižší únosnost je pro smykovou štíhlost $\lambda_v \approx 2,5$ – tomu také odpovídá šikmá trhlina, která zasahuje do vzdálenosti cca $2,5 \cdot d$ od podpory nosníku.



Únosnost prvku
v závislosti na
smykové štíhlosti

Prvky bez smykové výztuže

V EN je pro smykovou únosnost zaveden vztah na základě experimentů:

$$V_{Rd,c} = V_{Rd,cm} + V_{Rd,cn} = [C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,15 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d$$

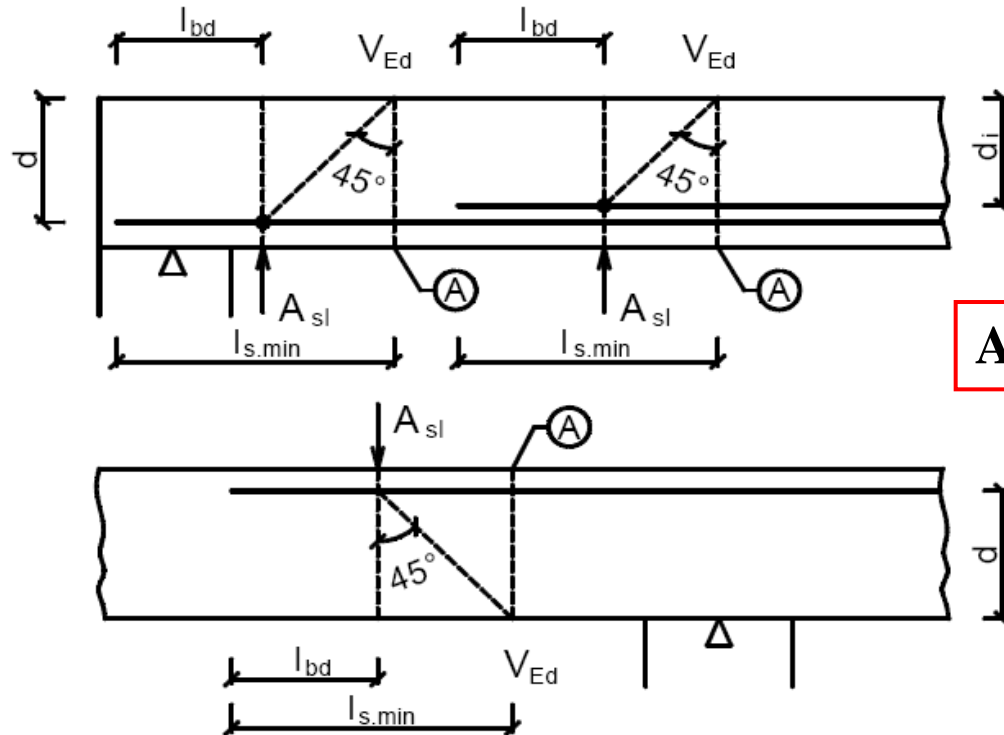
- $V_{Rd,cm}$ ($V_{Rd,cn}$) = smyková únosnost při působení ohybu (normálové síly),
- $C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c$ = součinitel smykové únosnosti,
 γ_c je dílčí součinitel spolehlivosti materiálu pro beton,
- $k = 1 + (200/d)^{1/2} \leq 2,0$ = součinitel účinné výšky d (v mm),
- $(100 \cdot \rho_l)^{1/3}$ je součinitel vlivu podélného vyztužení,
 $\rho_l = A_{sl}/(b_w d) \leq 0,02$ = stupeň vyztužení podélnou výztuží v podpoře,
 A_{sl} je plocha tažené výztuže v mm², která zasahuje za posuzovaný průřez minimálně na vzdálenost $l_{bd} + d$ – viz obr. na dalším listu,
- f_{ck} je charakteristická pevnost betonu v MPa,
- $b_w(d)$ = nejmenší šířka průřezu v tažené oblasti (účinná výška) – v mm,
- $\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c \leq 0,2 \cdot f_{cd}$ (v MPa) = napětí od normálové síly N_{Ed} (v N; pro tlak je $N_{Ed} > 0$) na celé ploše betonu A_c (v mm²).

S ohledem na respektování únosnosti prvku bez podélné výztuže ($\rho_l = 0$) byla stanovena na základě zkoušek minimální únosnost:

$$\min V_{Rd,c} = (v_{min} + 0,15 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d, \quad \text{kde } v_{min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}.$$

Prvky bez smykové výztuže

Podmínky pro zahrnutí podélné výztuže pro stanovení ρ_l jsou uvedeny na obr.:



A – posuzovaný průřez

Podmínky započitatelnosti tažené výztuže

Pro tlačnou diagonálu lze únosnost stanovit ze vztahu:

$$V_{Rd,max} = 0,5 \cdot b_w \cdot d \cdot v \cdot f_{cd}, \text{ kde } v = 0,6 \cdot (1 - f_{ck}/250), \text{ } f_{ck} \text{ v MPa}$$

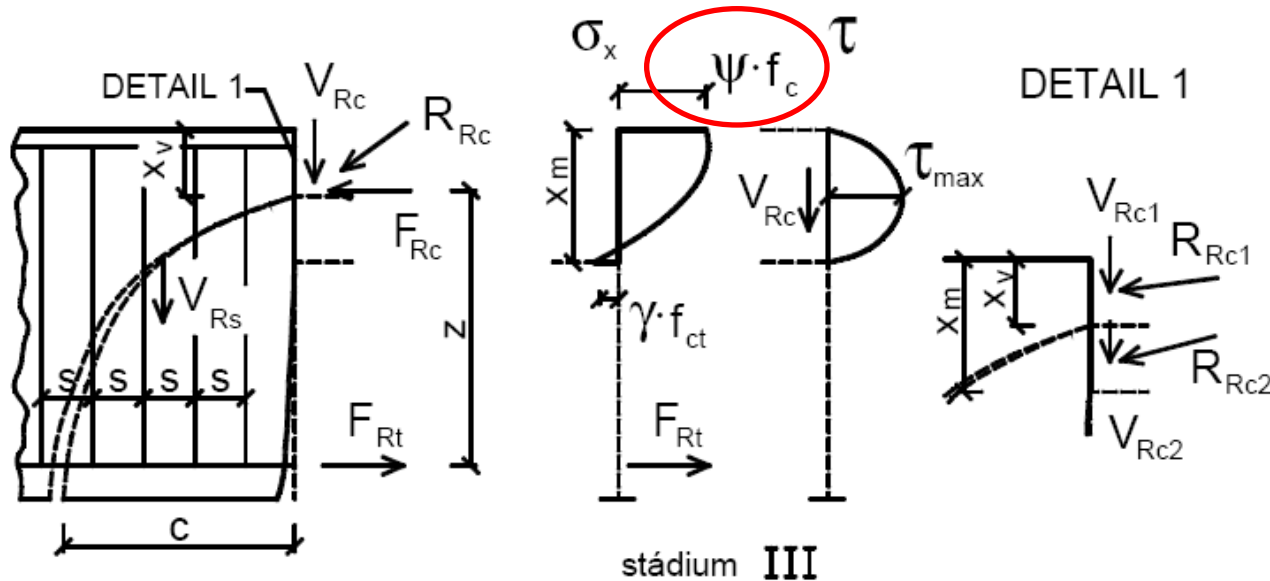
Řešení únosnosti pro zatížení v blízkosti podpor – viz dále.

Prvky se smykovou výztuží

- smyková výztuž přispívá ke zvětšení únosnosti (zabraňuje i zmenšení únosnosti v „údolí smyku“),
- možné způsoby smykovému porušení:
 - **dosažením meze kluzu ve smykové výztuži s následným drcením tlačeného betonu** na konci smykové trhliny (tahové porušení při smyku za ohybu),
 - **dosažením mezní únosnosti tlačeného betonového segmentu** mezi trhlinami (tlakové porušení při smyku za ohybu),
 - **dosažením únosnosti v soudržnosti** mezi podélnou výztuží a betonem v důsledku nárůstu její tahové síly vlivem smyku.
- který způsob rozhodne závisí na mnoha činitelích: zatížení, vyztužení, tvar průřezu → rozhoduje o tvaru a sklonu šikmé trhliny → i o způsobu porušení,
- ovlivnění sklonu trhliny množstvím smykové výztuže (plocha A_{sw} resp. stupeň smykového vyztužení ρ_w) při stejné únosnosti:
 - větší množství → strmější sklon smykové trhliny → možnost porušení tlačeného segmentu při velmi strmém sklonu smykové trhliny,
 - menší množství → plošší trhlina → zvětšení namáhání tlačeného segmentu → zvětšení přídatné síly v podélné výztuži.

Prvky se smykovou výztuží

- z hlediska duktility je nejpříjemnější tahové porušení → lze ve stádiu III předpokládat současně na konci trhliny smykové i trhlinu ohybovou a napjatost podle obr. :



Situace při porušení smykem za ohybu

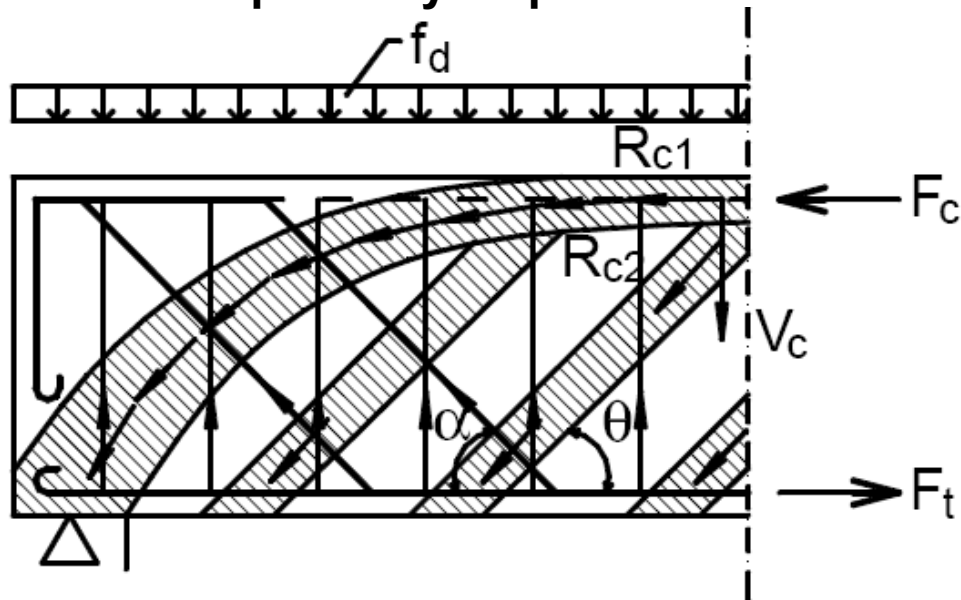
ψ je součinitel, který zohledňuje kombinaci normálových a smykových napětí, vliv míry vyztužení a smykové štíhlosti na snížení pevnosti betonu v tlaku.

Z obr. vyplývá:

- smyková trhlina rozděluje tlačenu část na dvě → $R_{Rd,c} = R_{Rd,c1} + R_{Rd,c2}$,
- únosnost v šikmé trhlině je $V_{Rd,cs} = V_{Rd,c1} + V_{Rd,s}$,
- únosnost smykové výztuže = únosnosti tlačeneho segmentu → $V_{Rd,s} = V_{Rd,c2}$,
- o únosnosti může rozhodnout i tlačení segment namáhaný silou $R_{Rd,c2}$ – např. při velmi silném nebo slabém vyztužení smykovou výztuží → $V_{Rd,max}$.

Prvky se smykovou výztuží

Možný model násobné příhradové soustavy, kde síly v prutech nahrazují síly stanovené předešlým způsobem včetně rozdělení R_{Rdc} :



$R_{Rd,c}$ rozděleno na $R_{Rd,c1}$ a $R_{Rd,c2}$,
 θ – úhel tlačných segmentů
= tlačných diagonál =
smykových trhlin,
 α – úhel směru smykové
výztuže,
velikost úhlů bývá omezena
v normách.

Působení železobetonového prvku jako příhradová soustava

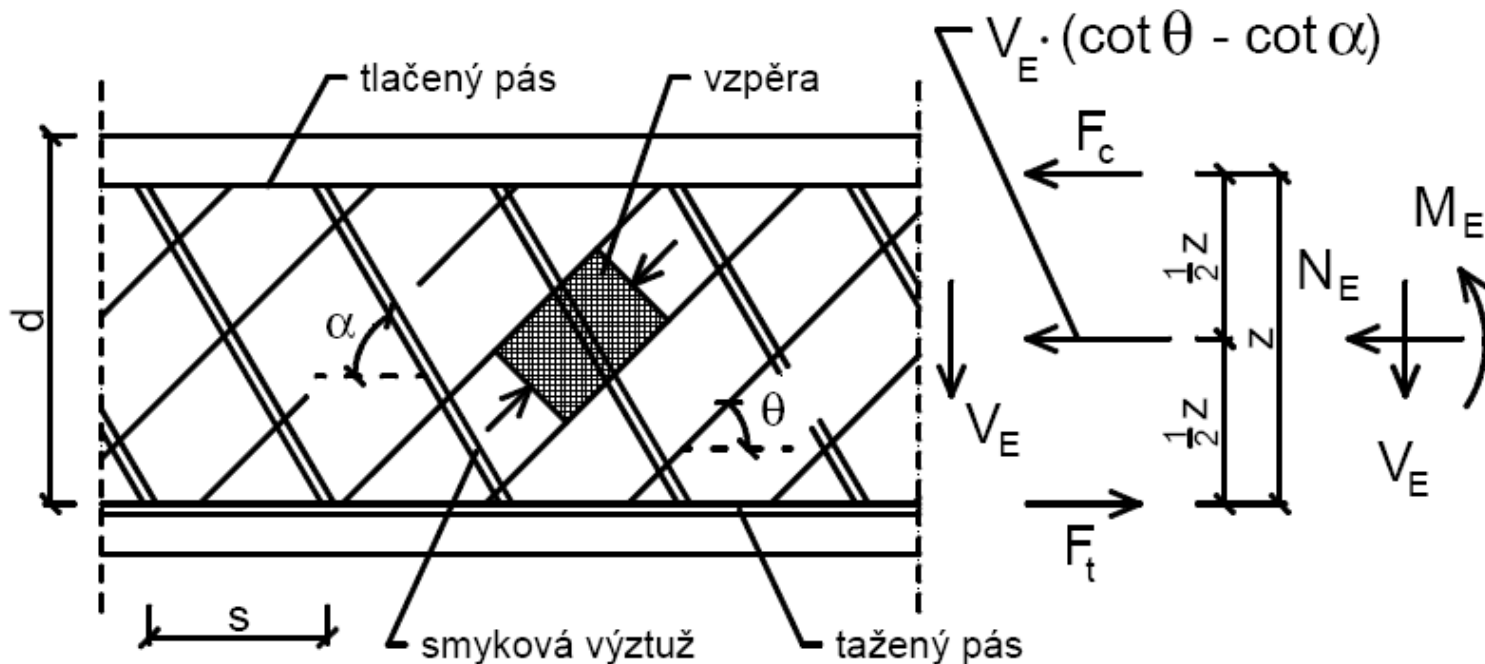
Modely použité v EN:

- model šikmého řezu (nahrazuje trhlinu, zohledňuje rovnováhu na řezu a na tlačném segmentu pod řezem),
- model násobné a zjednodušené příhradové soustavy s proměnným úhlem tlačných diagonál θ (smyková výztuž je pod úhlem α),
- v rámci modelů se řeší i vliv $V_{Rd,c1}$ (tj. vliv tlačného pásu nad trhlinou).

Prvky se smykovou výztuží

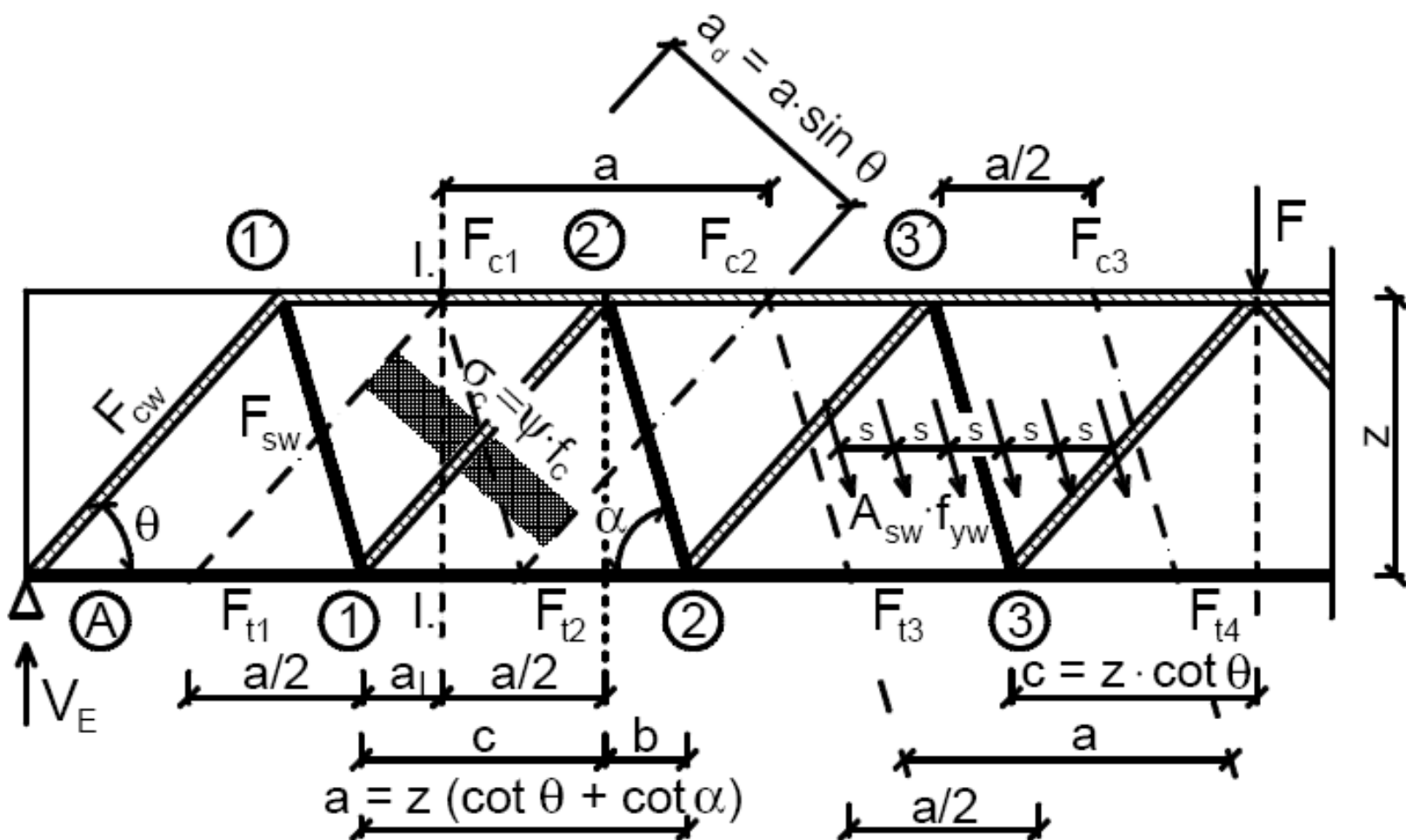
Výchozí model v EN – model přímopásové násobné příhradové soustavy

- s proměnným úhlem tlacených diagonál v rozmezí $1,0 \leq \cotg \vartheta \leq 2,5$, tj. $45^\circ \geq \vartheta \geq 21,8^\circ$,
- úhel tažené diagonály α (smykové výztuže) 45° až 90° (třmínky z praktických důvodů nejčastěji 90° , musí tvořit min. 50 %),
- tlacený pás není skloněný \rightarrow neuvažuje se příspěvek $V_{RD,c1}$ na smykovou únosnost \rightarrow
- únosnost je dána únosností tažené diagonály nebo svislice (tj. smykové výztuže v trhlíně) $V_{Rd,s}$ nebo tlacené diagonály $V_{Rd,max}$.



Prvky se smykovou výztuží

Pro stanovení jednotlivých únosností a přídatných sil lze použít model jednoduché příhradové soustavy pro oblasti běžného chování:



Prvky se smykovou výztuží – příklad porušení

