



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

CZ.1.07/2.2.00/15.0426 · Posílení kvality bakalářského studijního programu Stavební Inženýrství

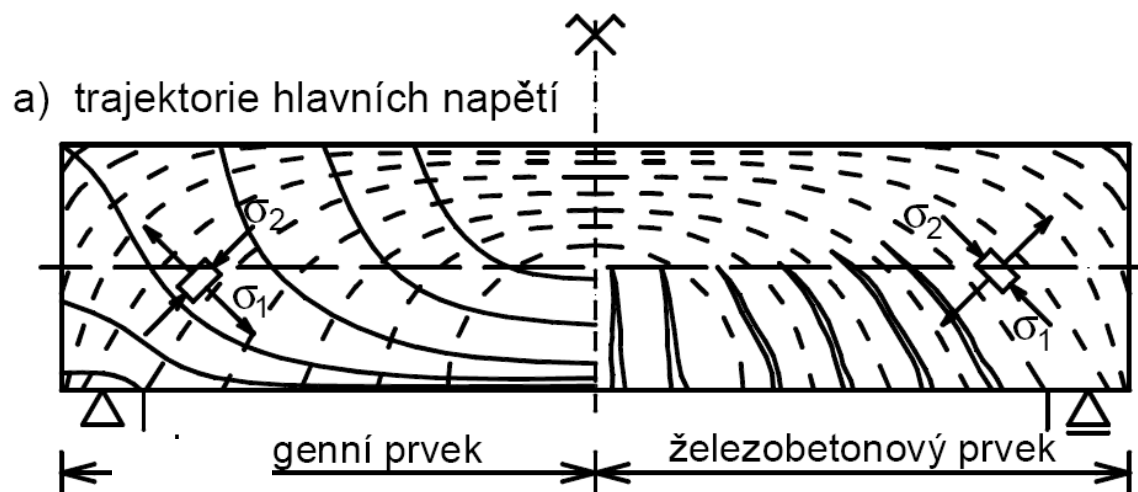
Prvky betonových konstrukcí

BL01 – 3. přednáška

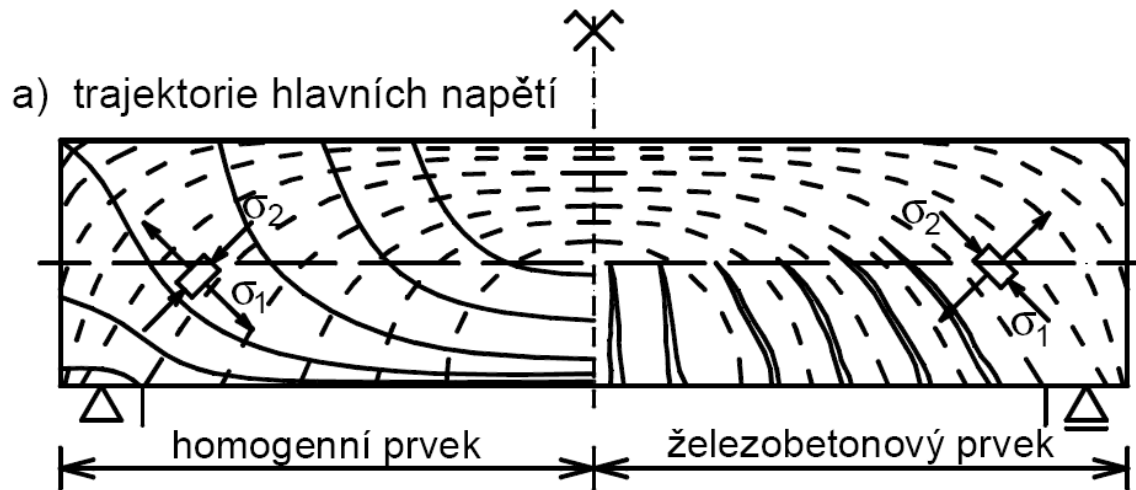
- Mezní stavy únosnosti - zásady výpočtu, předpoklady řešení.
- Navrhování ohýbaných železobetonových prvků - modelování, chování a způsob porušení.
- Dimenzování průřezů namáhaných ohybovým momentem - obecná a zjednodušená metoda, obecný průřez.

Chování a modelování ohýbaných prvků

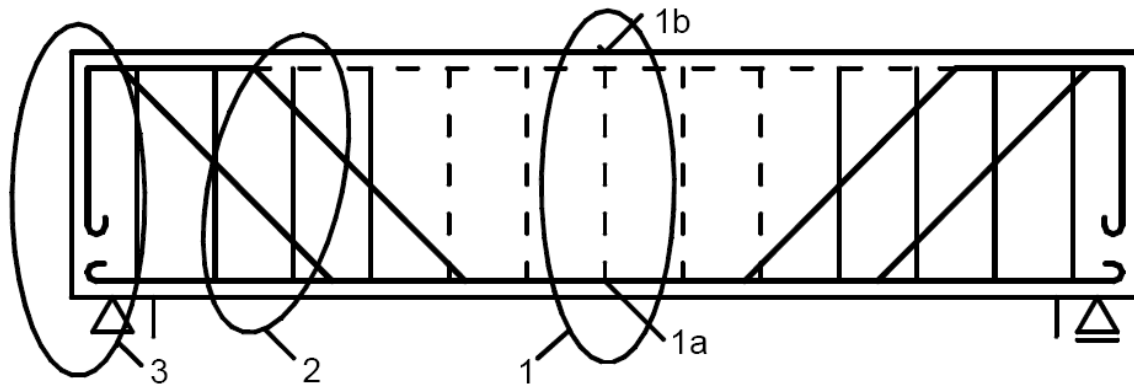
- **Ohýbané prvky** – vodorovné nebo šikmé konstrukce : desky, trámy, překlady, příčle, průvlaky. Jsou to obvykle samostatné prvky nebo části stropních nebo vyložených konstrukcí, schodišť nebo podpěr.
- **Homogenní prvek** – pružné chování (uvažujeme bez trhlin), vnitřní síly M a V \Rightarrow napětí σ a τ \Rightarrow hlavní napětí σ_1 a σ_2 .
- **Železobetonový prvek** – vznik ohybových trhlin, následně smykových trhlin a mikrotrhlin v tlaku.



Chování a modelování ohýbaných prvků



b) vyztužení, místa porušení



Napjatost, vyztužení a místa porušení ohýbaného prvku

- **Místa porušení**

1a - porušení ohybem
v tažené části

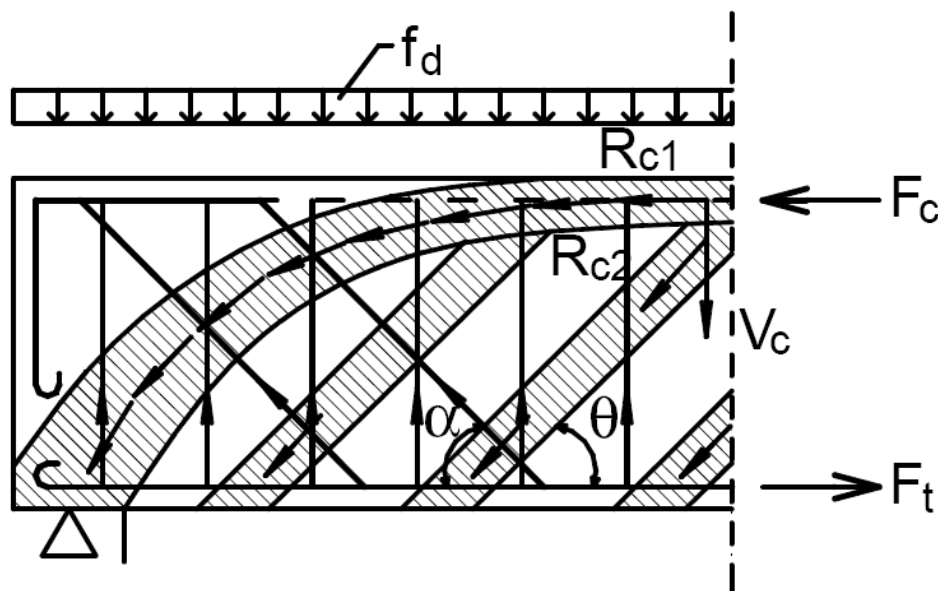
1b - porušení ohybem
v tlačené části

2 - porušení smykem za
ohybu

3 - porušení v oblasti
kotvení výztuže

Chování a modelování ohýbaných prvků

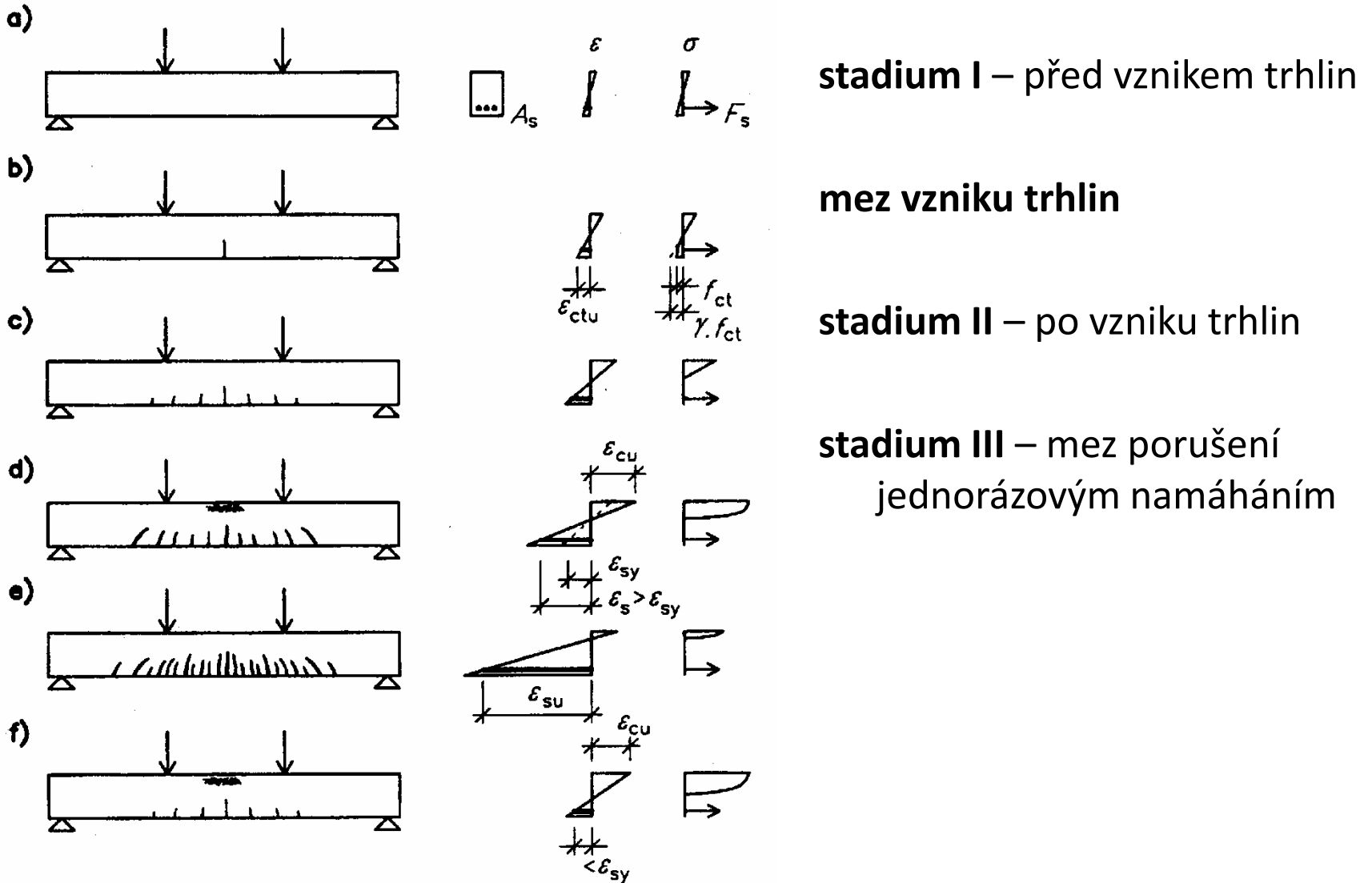
- **Násobná staticky neurčitá příhradová soustava**



Působení železobetonového prvku jako příhradová soustava

- zakřivený tlačení horní pás,
- šikmé tlačení betonové diagonály mezi jednotlivými trhlinami
- soustava tažených prutů vytvářejících tažený pás příhradové soustavy (podélná výztuž)
- jednotlivé tažené svislice nebo šikmé diagonály (svislé či šikmé třmínky)

Napjatostní stádia ohýbaného prvku



Napjatostní stádia ohýbaného prvku

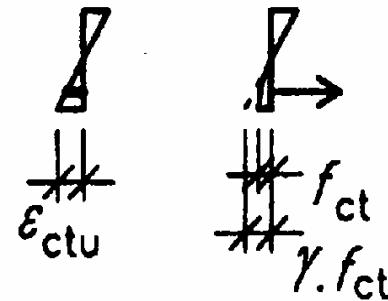
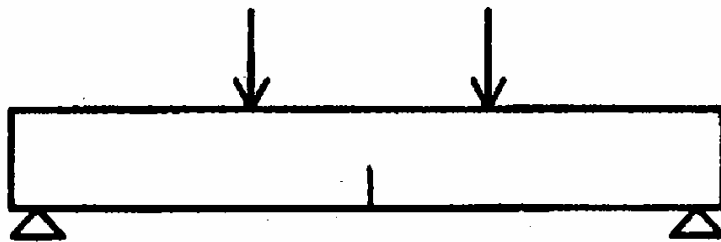
- Stadium I – působí celý betonový průřez
– před vznikem trhlin



- spolupůsobení oceli s betonem: $\varepsilon_s = \varepsilon_{cs} \Rightarrow \sigma_s = \alpha_e \sigma_c$ kde $\alpha_e = E_s/E_c$
- lineárně pružné chování obou materiálů: $\sigma = E \varepsilon$
- napětí podle teorie pružnosti $\sigma_{ct} = M(h-x_i)/I_i$ a $\sigma_{cc} = M x_i/I_i$
- charakteristiky ideálního průřezu $A_i = A_c + \alpha_e A_s$ atd.
 I_i – moment setrvačnosti ideálního průřezu,
 x_i vzdálenost těžiště ideálního průřezu od horního okraje

Napjatostní stádia ohýbaného prvku

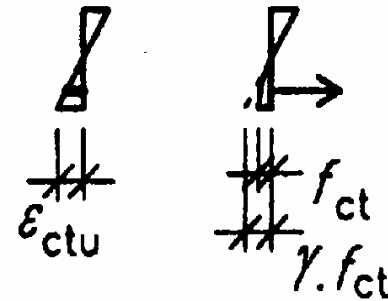
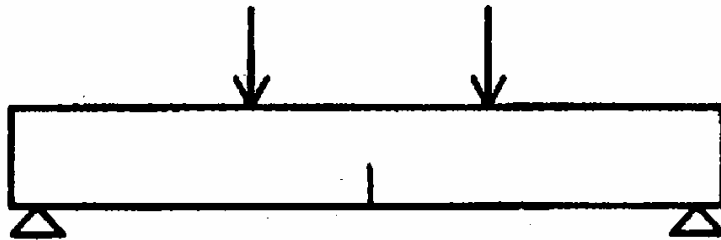
– při vzniku trhlin – mez vzniku trhlin



- neutrálná osa se posunuje směrem „nahoru“
- v **taženém betonu** neplatí lineární rozdělení napětí (odpovídá zakřivení pracovního diagramu – **pružnoplastické chování**)
- přetvoření v tažené části betonu je rovno meznímu přetvoření v tahu ϵ_{ctu}
- uvažované napětí v tažených vláknech betonu: za f_{ct} provedena náhrada – $f_{ct,fi} = \gamma \cdot f_{ct}$ (kde $\gamma = 1,6 - h/1000$), potom uvažujeme chování jako v **klasické teorii pružnosti**

Napjatostní stádia ohýbaného prvku

– při vzniku trhlin – mez vzniku trhlin

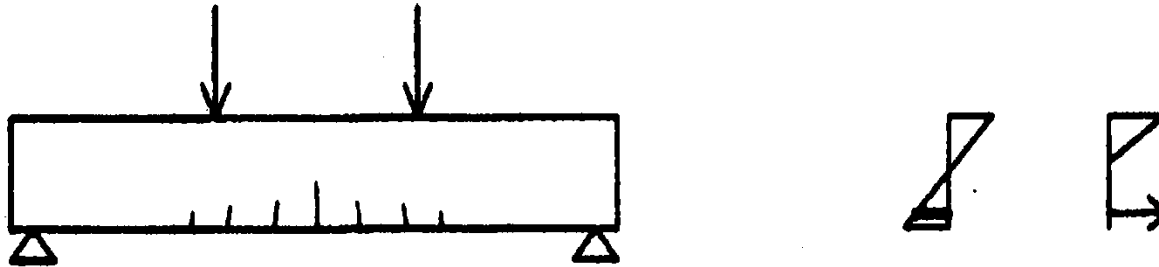


Použití:

- MSP (mezní stav použitelnosti) - vznik trhlin, průhyb,
- při stanovení minimálního množství výztuže (křehký lom – výztuž musí být schopna po vzniku trhliny přenést sílu, kterou přenášela tažená část betonového průřezu)

Napjatostní stádia ohýbaného prvku

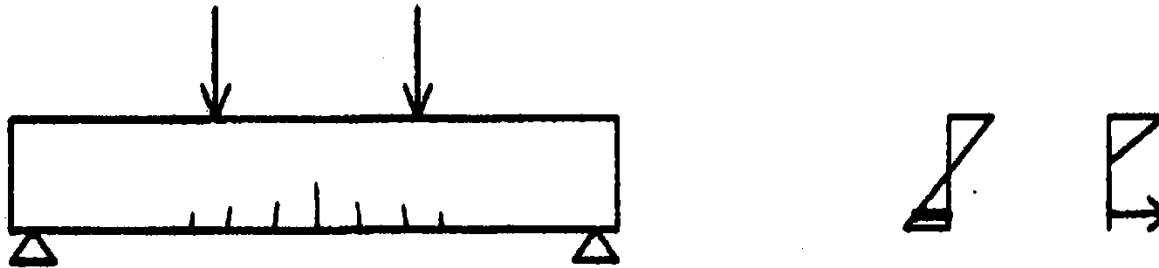
- Stadium II – stadium po vzniku trhlin - stav stabilizace



- v místě trhliny beton nepřenáší tahová napětí – všechnu **tahovou sílu přebírá výztuž**
- mimo trhliny – zajištěné spolupůsobení oceli s betonem $\varepsilon_s = \varepsilon_c$
- neutrálná osa se posouvá směrem „nahoru“
- **tlačená oblast betonu** - napětí přibližně lineární (až do velikosti napětí cca $\sigma_c = 0,4f_c$) – bez využití plasticity v tlačeném betonu
- v **oceli** uvažujeme **pružné chování**, $(\varepsilon_s < \varepsilon_y \Rightarrow \sigma_s < f_y)$
- výpočet se provádí obdobně jako ve stadiu působení I, ale pro průřezové charakteristiky stanovené na **ideálním průřezu s vyloučeným betonem v tahu**.

Napjatostní stádia ohýbaného prvku

- Stadium II – stadium po vzniku trhlin - stav stabilizace



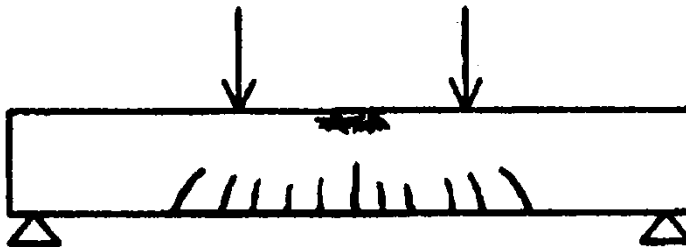
Použití:

- při výpočtu železobetonových prvků podle klasické teorie (dovolená namáhání),
- u mezních stavů použitelnosti,
- u meze porušení mnohokrát opakovaným zatížením (únava).

Napjatostní stádia ohýbaného prvku

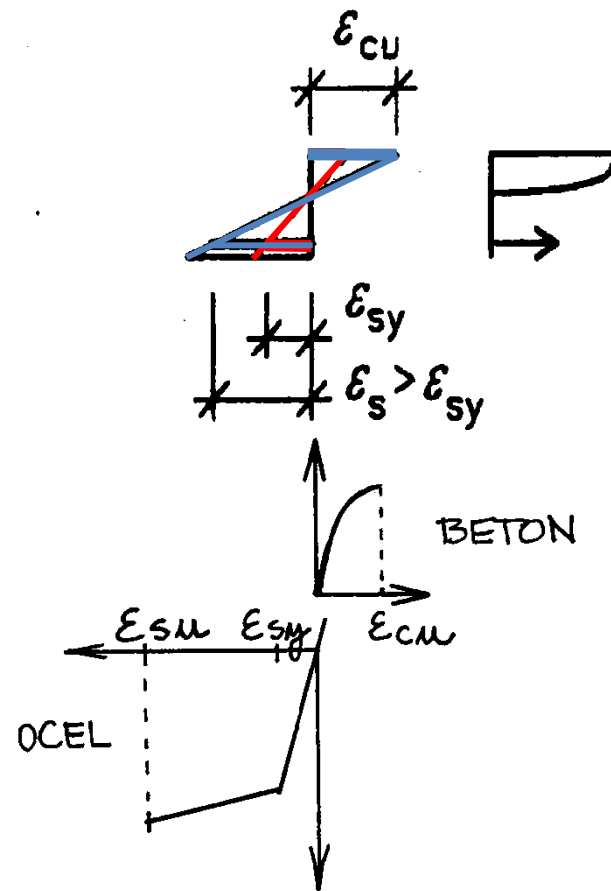
- Stadium III – tahové porušení

drcením betonu po dosažení meze kluzu ve výztuži



primárně je dosaženo meze kluzu ve výztuži ϵ_y —

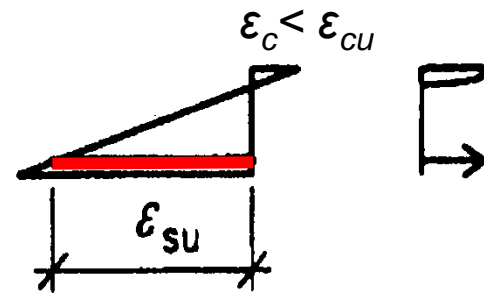
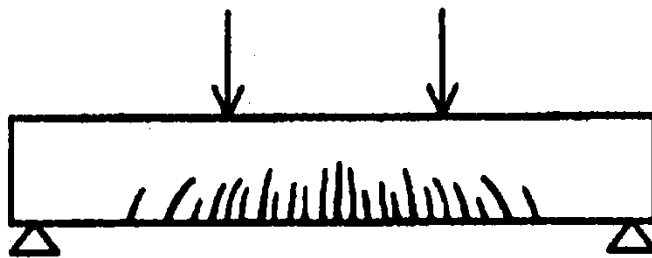
sekundárně se zvětšuje přetvoření betonu až do mezního poměrného přetvoření ϵ_{cu} —



Napjatostní stádia ohýbaného prvku

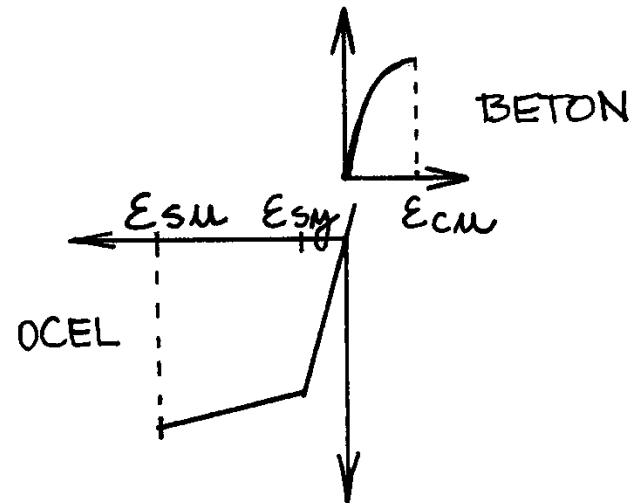
- Stadium III – tahové porušení

nadměrné protažení výztuže (při slabším vyztužení)



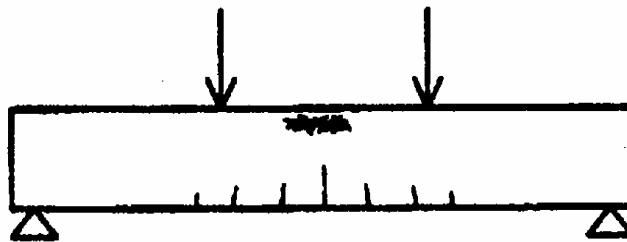
- přetvoření výztuže dosáhne **mezní hodnoty poměrného přetvoření**

ϵ_{su} █ dříve, než v tlačném betonu bude dosaženo mezního poměrného přetvoření ϵ_{cu}

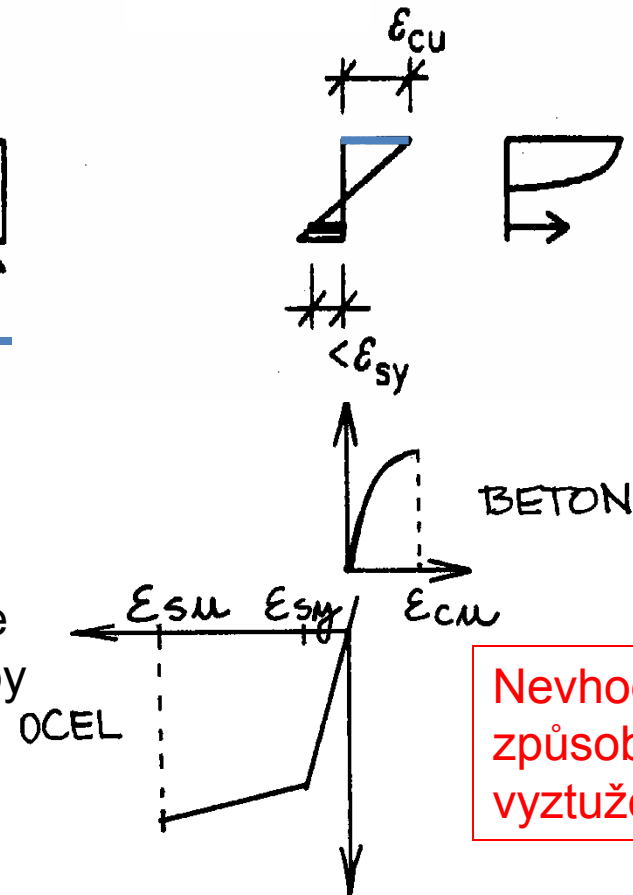


Napjatostní stádia ohýbaného prvku

- Stadium III – tlakové porušení -drcením betonu bez předchozího dosažení meze kluzu ve výztuži



- **mezního přetvoření betonu v tlaku ϵ_{cu}** — je dosaženo dříve než je dosaženo meze kluzu ve výztuži
- konstrukce před kolapsem nevykazuje **známky blížícího se porušení** \Rightarrow nevaruje před porušením, nevznikají výrazné průhyby ani trhliny
- **výztuž není dostatečně využita** – konstrukce je neekonomická

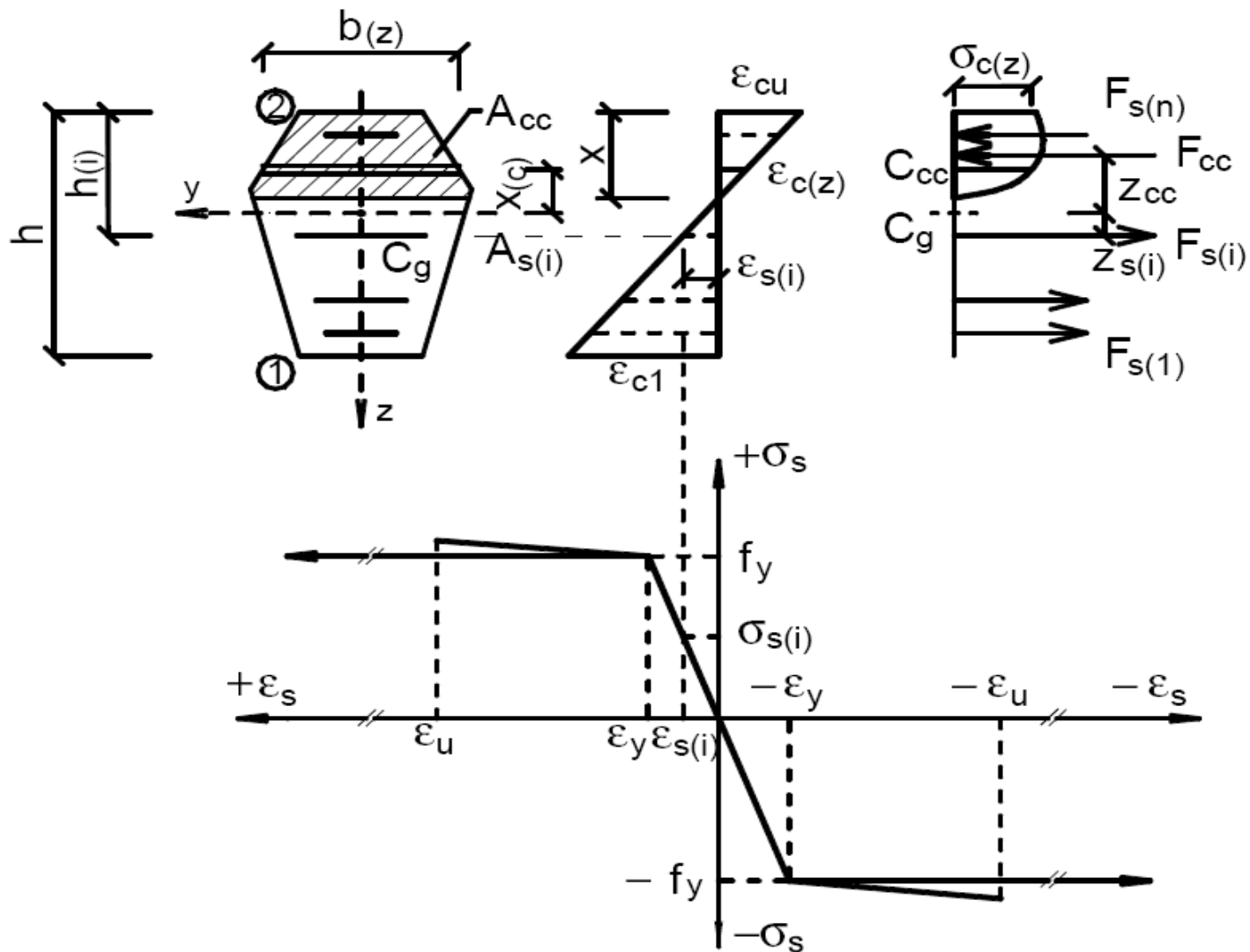


Základní předpoklady výpočtu meze únosnosti při namáhání ohybovým momentem

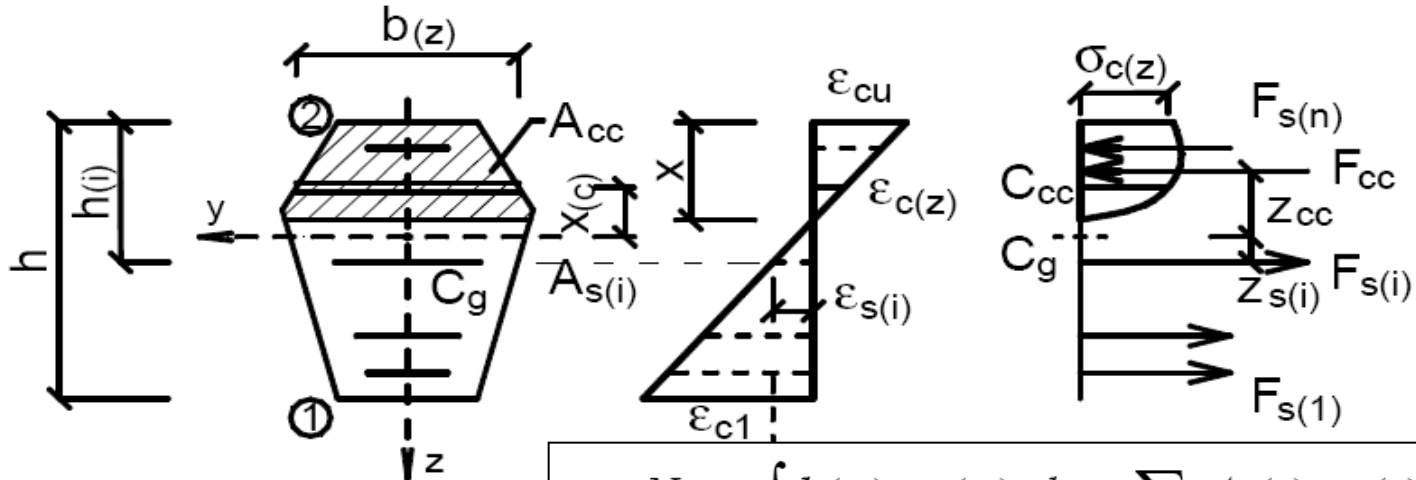
- zachování **rovinnosti** průřezu před a po přetvoření (poměrná přetvoření ε jsou přímo úměrná vzdálenosti od neutrálné osy),
- **spolupůsobení** výztuže a betonu $\varepsilon_s = \varepsilon_c$ (v tlaku i v tahu),
- **beton v tažené oblasti průřezu nepůsobí**,
- napětí v tlačené oblasti průřezu se určí z **návrhového pracovního diagramu betonu**
- napětí ve výztuži se určí z **návrhového pracovního diagramu oceli**
- při porušení je dosaženo **mezního poměrného přetvoření** alespoň v jednom z materiálů
 - beton ε_{cu}
 - ocel ε_{ud} (je-li v pracovním diagramu omezeno)

Optimální porušení (zároveň dosaženo mezního přetvoření v tlačném betonu a tažené výztuži)

Obecný postup při stanovení mezní únosnosti



Obecný postup při stanovení mezní únosnosti



Normálová síla a moment na mezi porušení :

$$N_R = \int_x b(z) \cdot \sigma_c(z) \cdot dz + \sum_i A_s(i) \cdot \sigma_s(i) ,$$

$$M_R = \int_x b(z) \cdot \sigma_c(z) \cdot z \cdot dz + \sum_i A_s(i) \cdot \sigma_s(i) \cdot z_s(i)$$

Podmínky rovnováhy

$$N_R = N_E = 0 ,$$

$$M_R \geq M_E .$$

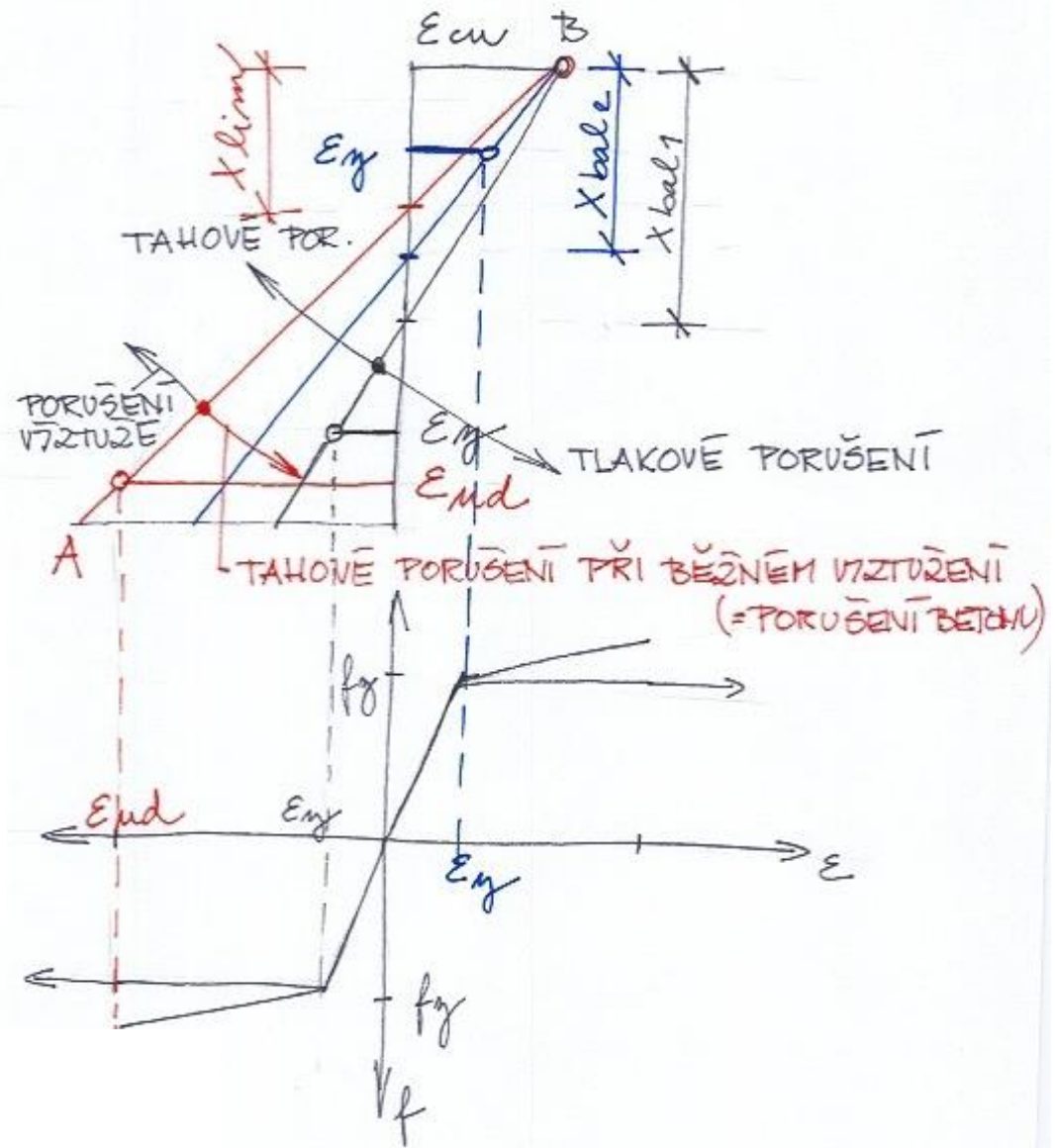
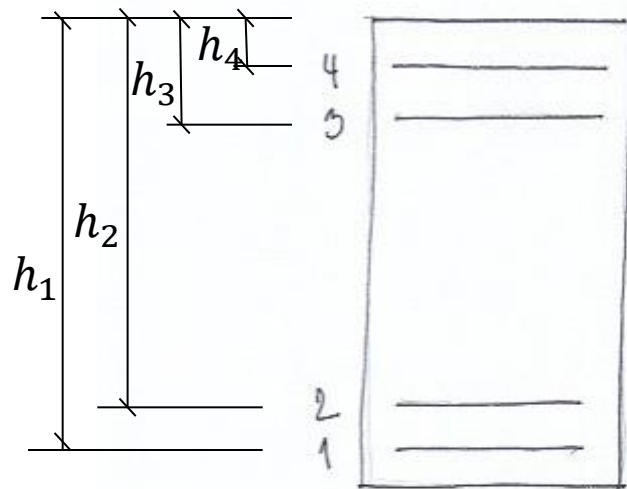
po dosazení

$$F_{cc} = \sum_i F_s(i) ,$$

$$M_R = F_{cc} \cdot z_{cc} + \sum_i F_s(i) \cdot z_s(i) \geq M_E .$$

$$\frac{\epsilon_s(i)}{h(i) - x} = \frac{\epsilon_c}{x} .$$

Hraniční body vyplývající z pracovního diagramu výztuže



Přetvárná podmínka
(z podobnosti trojúhelníků)

$$\frac{\varepsilon_{si}}{h_i - x} = \frac{|\varepsilon_{cu}|}{x}$$

odtud:

$$\varepsilon_{si} = \frac{|\varepsilon_{cu}|}{x} (h_i - x)$$

$$x = \frac{|\varepsilon_{cu}|}{\varepsilon_{si} + |\varepsilon_{cu}|} h_i$$

Hraniční body vyplývající z pracovního diagramu výztuže

Pro taženou výztuž

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_y \Rightarrow x = x_{bal,1}$$

$$x_{bal,1} = \frac{|\varepsilon_{cu}|}{\varepsilon_y + |\varepsilon_{cu}|} h_2 = \xi_{bal,1} \cdot h_2$$

je-li $x \leq x_{bal,1}$

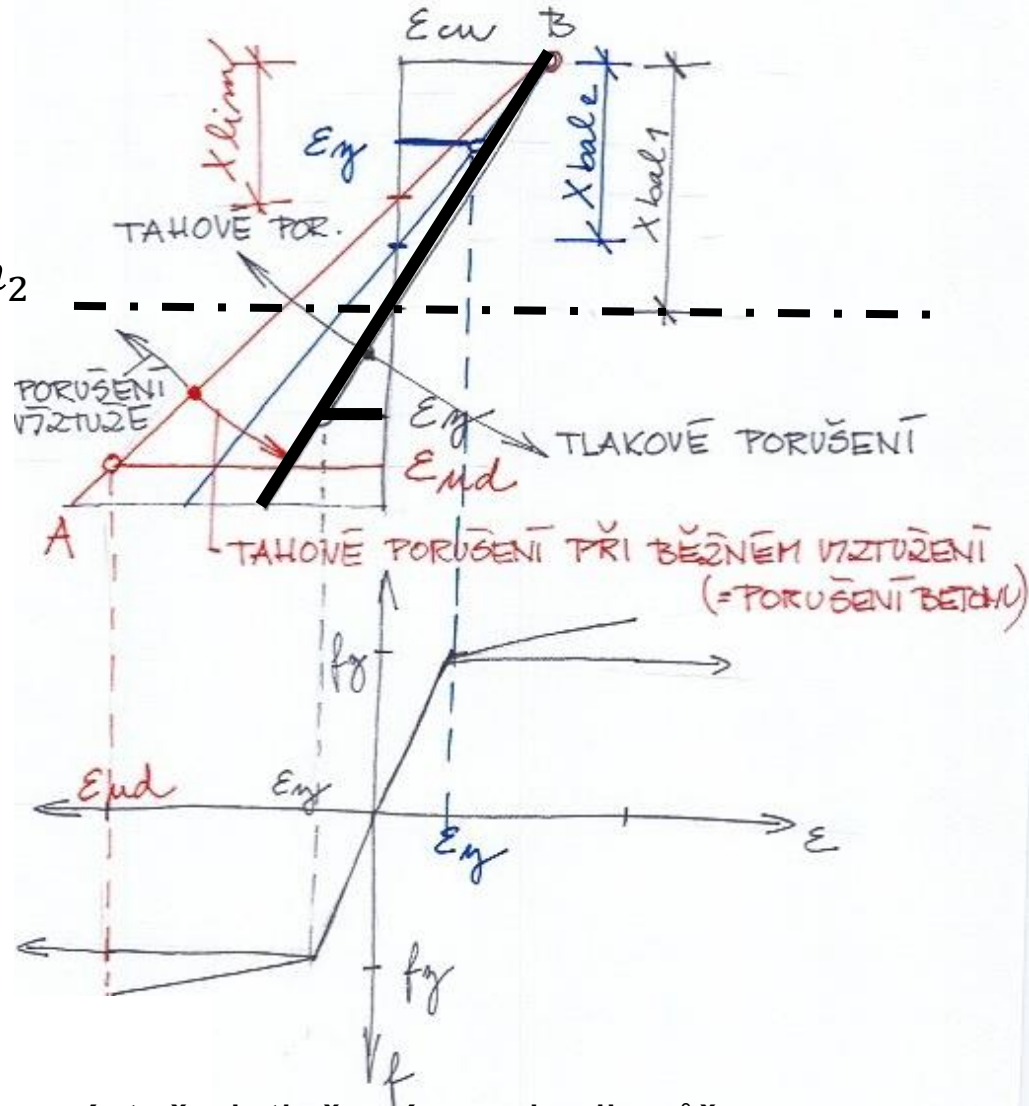
$$\Rightarrow \varepsilon_{s2} \geq \varepsilon_y$$

$$\Rightarrow \sigma_{s2} = f_{yd}$$

je-li $x > x_{bal,1}$

$$\Rightarrow \varepsilon_{s2} = \frac{h_2 - x}{x} |\varepsilon_{cu}|$$

$$\Rightarrow \sigma_{s2} = E_s \cdot \varepsilon_{s2}$$



h_2 je vzdálenost posuzované vrstvy výztuže k tlačnému okraji průřezu

Hraniční body vyplývající z pracovního diagramu výztuže

Pro tlačenu výztuž

$$\varepsilon_{s3} = \varepsilon_y \Rightarrow x = x_{bal,2}$$

$$x_{bal,2} = \frac{|\varepsilon_{cu}|}{|\varepsilon_{cu}| - \varepsilon_y} h_3 = \xi_{bal,2} \cdot h_3$$

je-li $x \geq x_{bal,2}$

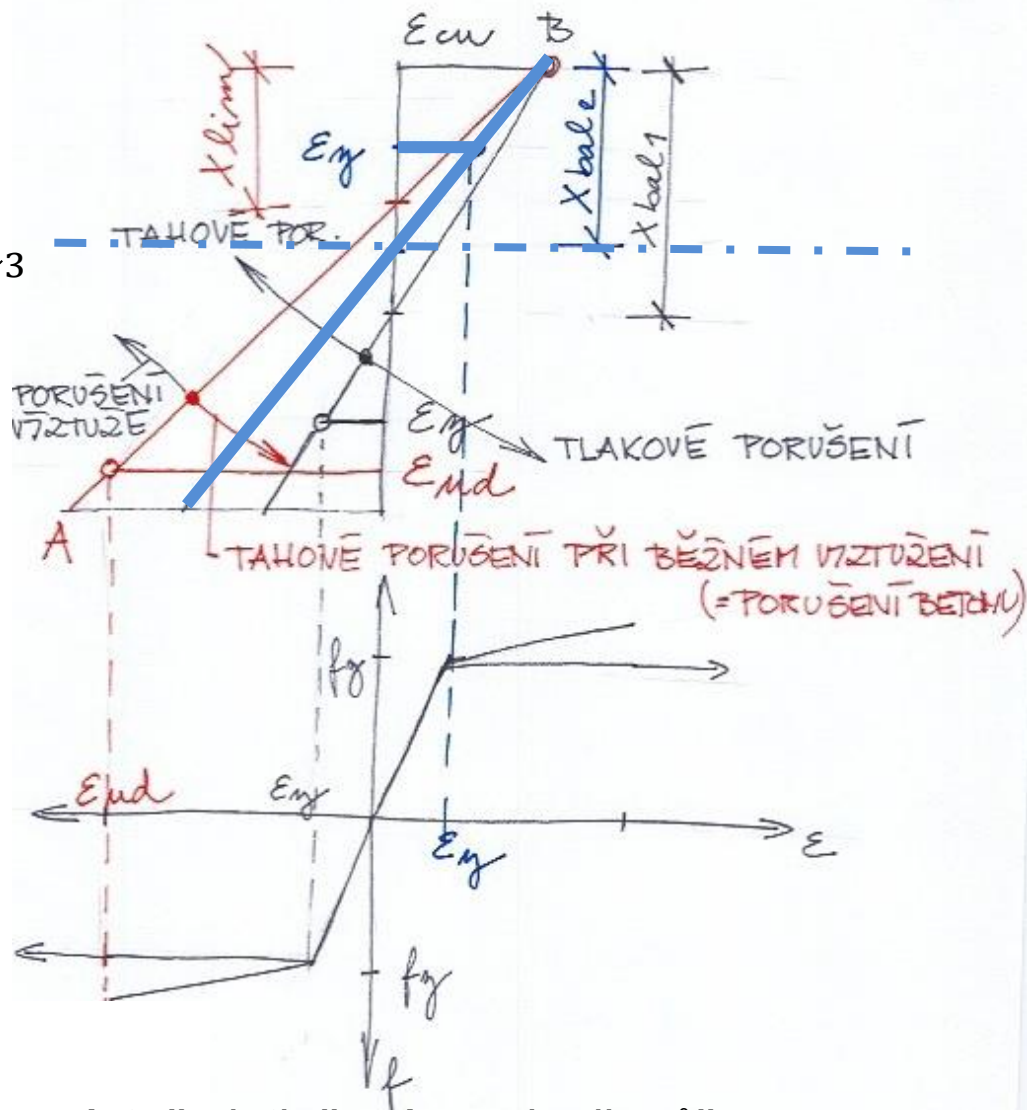
$$\Rightarrow \varepsilon_{s3} \geq \varepsilon_y$$

$$\Rightarrow \sigma_{s3} = f_{yd}$$

je-li $x < x_{bal,2}$

$$\Rightarrow \varepsilon_{s3} = \frac{h_3 - x}{x} |\varepsilon_{cu}|$$

$$\Rightarrow \sigma_{s3} = E_s \cdot \varepsilon_{s3}$$



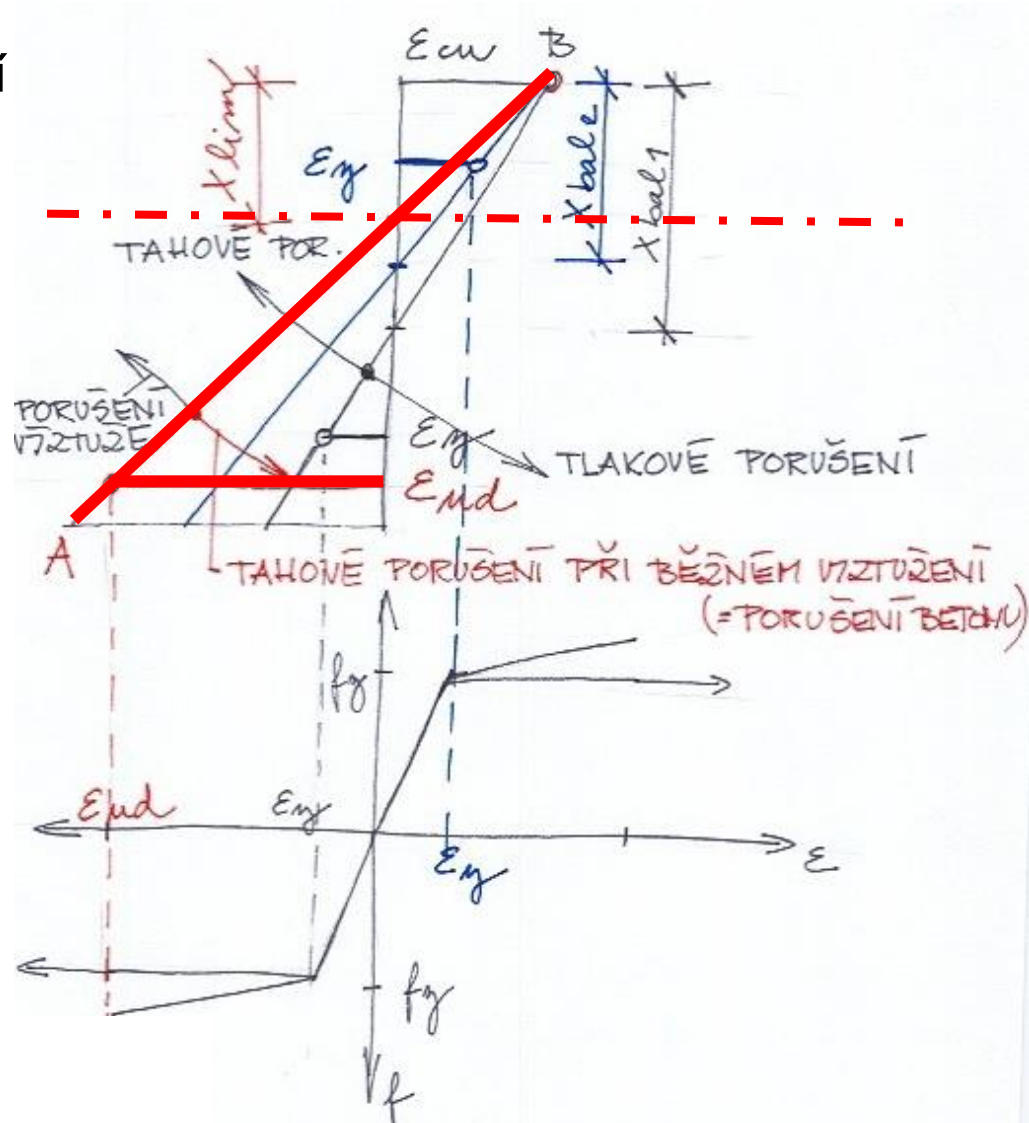
h_3 je vzdálenost posuzované vrstvy výztuže k tlačnému okraji průřezu

Hraniční body vyplývající z pracovního diagramu výztuže

Je-li omezeno mezní přetvoření výztuže ε_{ud}

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{ud} \Rightarrow x = x_{lim}$$

$$x_{lim} = \frac{|\varepsilon_{cu}|}{|\varepsilon_{cu}| + \varepsilon_{ud}} h_1 = \xi_{lim} \cdot h_1$$

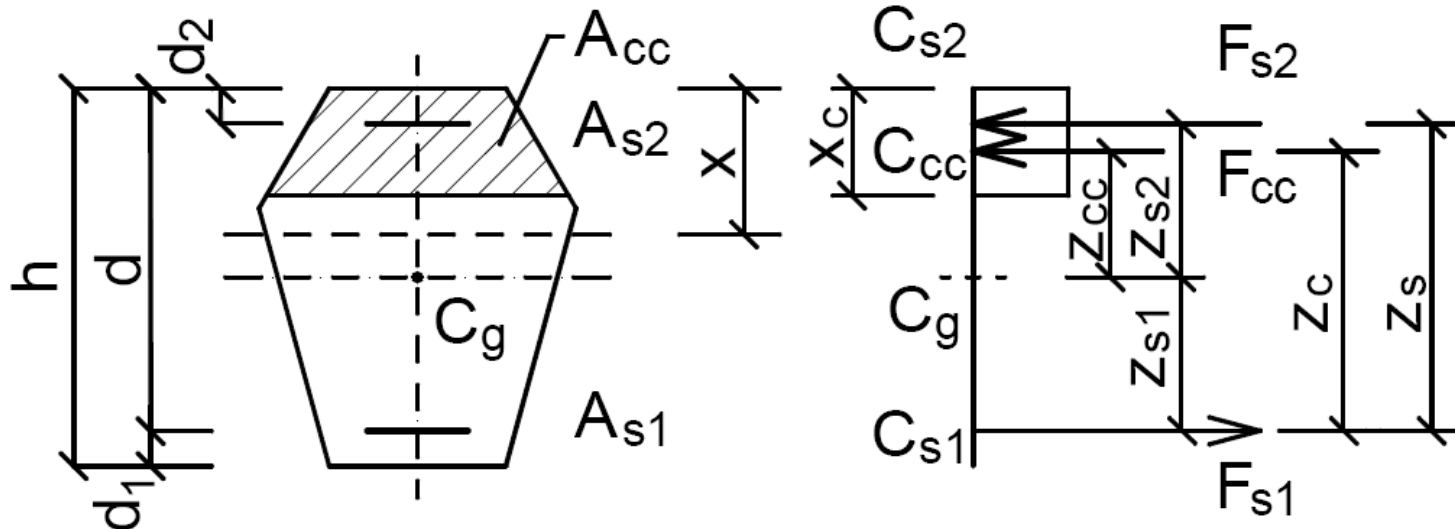


h_1 je vzdálenost krajní tažené vrstvy výztuže k tlačnému okraji průřezu

Zjednodušená metoda stanovení mezní únosnosti

- Výztuž je soustředěna v blízkosti taženého nebo tlačného okraje
- Případné zanedbání výztuže méně využitá ($\sigma_s < f_y$), tj. v blízkosti neutrálné osy
- Více vrstev výztuže \rightarrow působí síly uvažujeme v těžišti výztuží
- Návrh výztuže odpovídá tzv. běžnému vyztužení
- Pracovní diagram výztuže s vodorovnou plastickou větví bez omezení poměrného přetvoření
- V tažené výztuži je napětí na mezi kluzu $\rightarrow F_{s1} = A_{s1} f_{yd}$
- V tlačné výztuži může být $\sigma_{s2} < f_{yd}$ (možno určit z geometricko-přetvárné podmínky a rovnováhy sil)
- V tlačné oblasti betonu uvažujeme rovnoměrné rozdělení napětí $\eta \cdot f_{cd}$ po výšce λx

Zjednodušená metoda stanovení mezní únosnosti



Podmínky rovnováhy

$$F_{cc} + F_{s2} = F_{s1}$$

$$M_R = F_{cc} \cdot z_{cc} + F_{s1} \cdot z_{s1} + F_{s2} \cdot z_{s2} = F_{cc} \cdot z_c + F_{s2} \cdot z_s \geq M_E.$$

Kontrola přetvoření ve výztuži:

z přetvoření výztuže

$$\varepsilon_{s1} = |\varepsilon_{cu}| \cdot \frac{d-x}{x}, \quad \varepsilon_{s2} = |\varepsilon_{cu}| \cdot \frac{d_2-x}{x}$$

$$\varepsilon_{si} \geq \varepsilon_y \rightarrow \sigma_{si} = f_{yd}$$

$$\varepsilon_{si} < \varepsilon_y \rightarrow \sigma_{si} = E_s \cdot \varepsilon_{si}$$

pomocí hraničních bodů

pro taženou výztuž $x \leq x_{bal,1}$ potom $\sigma_{s1} = f_{yd}$ jinak $\sigma_{s1} = E_s \cdot \varepsilon_{s1}$

pro tlačnou výztuž $x \geq x_{bal,2}$ potom $\sigma_{s2} = f_{yd}$ jinak $\sigma_{s2} = E_s \cdot \varepsilon_{s2}$

Postup výpočtu

